บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาลักษณะการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้ค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องและทฤษฎีต่าง ๆตามหัวข้อต่อไปนี้

2.1 สาระสำคัญเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

2.3 แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

2.4 แนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของ Piaget

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.6 กรอบแนวคิดในการวิจัย

2.1 สาระสำคัญเกี่ยวกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) มุ่งพัฒนาผู้เรียนทุกคน ซึ่งเป็นกำลังของชาติให้เป็นมนุษย์ที่มีความสมดุลทั้งด้านร่างกาย ความรู้ คุณธรรม มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข มีความรู้และทักษะพื้นฐาน รวมทั้งเจตคติที่จำเป็นต่อการศึกษาต่อการประกอบอาชีพและการศึกษาตลอดชีวิต โดยมุ่งเน้นผู้เรียนเป็นสำคัญบนพื้นฐานความเชื่อว่าทุกคนสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มศักยภาพ

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ โดยสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานมุ่งให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ 5 ประการ ดังนี้

1) ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัตนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสาร และประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัด และลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสารที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบต่อตนเองและสังคม

2) ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์อย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศ เพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3) ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4) ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคม ด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆอย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5) ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือกและใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยี เพื่อการพัฒนาตนเองและสังคมในด้านการเรียนรู้ การสื่อสาร การทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพโดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินของ ความคิดรอบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวน ระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง การดำเนินการของจำนวน อัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัด ความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตรและความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกนมิติ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดและการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติ สองมิติและสามมิติ การนึกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation)

พีชคณิต แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซตและการดำเนินการของเซต การให้เหตุผล นิพจน์ สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น การกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำถาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูล การจัดระบบข้อมูล การนำเสนอข้อมูล ค่ากลางและการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลความข้อมูล การสำรวจความคิดเห็น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เกี่ยวกับศาสตร์อื่น ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.2 แนวคิดเกี่ยวกับการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

2.2.1 แนวคิดเกี่ยวกับการศึกษาชั้นเรียน

ในหัวข้อการศึกษาชั้นเรียน ผู้วิจัยนำเสนอเกี่ยวกับความหมายของการศึกษาชั้นเรียนและขั้นตอนของการศึกษาชั้นเรียน ดังนี้

Lewis (2002) กล่าวว่าการศึกษาชั้นเรียน เป็นนวัตกรรมหนึ่งในการพัฒนาวิชาชีพครู ซึ่งมุ่งเน้นที่จะทำให้นักเรียนมีแนวคิดที่แตกต่างจากห้องเรียนเดิมและช่วยขับเคลื่อนการพัฒนาวิชาชีพครู

นฤมล อินทร์ประสิทธิ์ (2552) คำว่าการศึกษาชั้นเรียนนี้ เป็นคำที่คิดขึ้นมาเพื่อใช้แทนคำภาษาอังกฤษว่า Lesson Study โดยคำนี้ เป็นคำที่ใช้แทนคำว่า Jugyokenkyu ในภาษาญี่ปุ่นอีกทีหนึ่ง คำว่า Jugyokenkyu ประกอบด้วยคำ 2 คำ คือ jugyo ซึ่งหมายถึง ชั้นเรียน กับ kenkyu ซึ่งหมายถึงการศึกษา (study) หรือทำการวิจัย (research) การศึกษาชั้นเรียน จึงมีความหมายตามตัวอักษรว่าการศึกษาชั้นเรียนหรือวิจัยห้องเรียน แต่ตามความหมายตามวัฒนธรรมของญี่ปุ่นที่แท้จริงนั้น เมื่อครูญี่ปุ่นต้องการสอนนักเรียนด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน สิ่งที่ครูทำก็คือ เขาจะเข้าร่วมในกระบวนการที่สร้างไว้อย่างดี ซึ่งประกอบด้วยการอภิปรายเกี่ยวกับแผนการสอน (Lesson) ที่พวกเขาวางแผนและสังเกตการสอนร่วมกัน แผนการสอนดังกล่าวนี้ เรียกว่า kenkyojugyo ซึ่งเป็นคำที่กลับกันกับคำว่า Jugyokenkyu และแปลตามตัวว่า ศึกษาหรือวิจัยบทเรียน หรือกล่าวให้เฉพาะเจาะจงลงไป บทเรียนในความหมายของญี่ปุ่น มีความหมายเฉพาะลงไปว่าเป็นสิ่งที่คนใดคน

หนึ่งศึกษา (The object of one's study) การศึกษาบทเรียน หรือ การศึกษาชั้นเรียน คือการศึกษาด้วยการดำเนินการตามขั้นตอนในการพยายามเพื่อบรรลุจุดมุ่งหมายของการวิจัยที่ครูทุกคนเลือกว่าจะทำงานร่วมกัน (เช่น การทำความเข้าใจว่าจะทำอย่างไรจึงจะส่งเสริมนักเรียนให้เป็นผู้เรียนที่สามารถเรียนรู้อย่างอิสระ)

Inprasitha (2010) ได้กล่าวว่า การศึกษาขั้นเรียนในบริบทของประเทศไทย ควรมีขั้นตอนอย่างน้อย 3 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

1) การร่วมกันวางแผนบทเรียน (Plan) การร่วมกันวางแผนเป็นการร่วมมือกันระหว่างนักวิจัย ผู้ประสานงานโรงเรียน ผู้ช่วยวิจัย และครูผู้ที่ทำการสอน โดยเริ่มต้นจากการกำหนดกิจกรรมปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด จากนั้นดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด การร่วมกันวางแผนจะทำสัปดาห์ละครั้ง

2) การร่วมกันสังเกตชั้นเรียน (Do) ในขั้นตอนนี้ครูจะนำแผนการสอนไปใช้จริงในชั้นเรียนโดยครูในโรงเรียน และมีการสังเกตการณ์สอนในชั้นเรียนโดยทีมวิจัย ผู้ช่วยนักวิจัย และครูคนอื่น ๆ เป้าหมายของการสังเกต คือ การสังเกตกระบวนการคิดของนักเรียน ไม่ใช่พิจารณาความสามารถในการสอนของครู

3) การสะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน (See) จะสะท้อนเกี่ยวกับผลที่ได้จากการสังเกตการณ์สอนเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงแผนการสอน แล้วนำเอาแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้วไปใช้ในห้องเรียนใหม่อีกครั้งในปีการศึกษาต่อไป การสะท้อนผลบทเรียนร่วมกันจะทำสัปดาห์ละครั้ง

ดังนั้นการศึกษาชั้นเรียนเป็นกระบวนการร่วมกันศึกษาเพื่อให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ของการจัดการเรียนรู้ โดยมี 3 ขั้นตอน คือ การร่วมกันวางแผนบทเรียน การร่วมกันสังเกตชั้นเรียน และการสะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน

2.2.2 แนวคิดเกี่ยวกับวิธีการแบบเปิด

ในหัวข้อวิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยนำเสนอเกี่ยวกับความหมายของวิธีการแบบเปิดและขั้นตอนของวิธีการแบบเปิด ดังนี้

นฤมล อินทร์ประสิทธิ์ (2551) ได้กล่าวถึงความหมายและที่มาของวิธีการแบบเปิดในบริบทของไทยว่า วิธีการแบบเปิดหรือที่เรียกเป็นภาษาอังกฤษว่า Open Approach เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่เริ่มต้นครั้งแรกในห้องเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศญี่ปุ่นและปัจจุบันกำลังได้รับความสนใจจากหลายประเทศทั่วโลก โดยในประเทศไทยมีการนำมาใช้ครั้งแรกโดยศูนย์วิจัยคณิตศาสตรศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ซึ่งได้นำมาใช้เมื่อเดือนมิถุนายน พ.ศ.2545 ที่โรงเรียนเทศบาลสวนสนุก และโรงเรียนโคกสีพิทยาสรรพ์ และปัจจุบันสิ่งที่เป็นปัญหาสำหรับครูมากที่สุดประการหนึ่งก็คือ การที่ครูไม่สามารถจัดการเรียนรู้ตามที่ระบุไว้ในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 ได้ กล่าวคือ จัดการเรียนรู้ให้นักเรียนสามารถเกิดการเรียนรู้ทั้ง เนื้อหาสาระ (Subject Matters) ทักษะและกระบวนการเรียนรู้ (Skills and Learning Process) และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ (Desirable Character) ได้ในเวลาเดียวกัน โดยเฉพาะสิ่งที่

ยากที่สุดก็คือ ทักษะกระบวนการ แต่จากการที่ครูบางคนได้นำวิธีการแบบเปิดไปใช้ในการจัดการเรียนรู้แล้ว ปรากฏว่า นักเรียนสามารถบรรลุวัตถุประสงค์ที่ครูคาดไว้ ทั้งความรู้ ทักษะกระบวนการและเจตคติได้ในการจัดการเรียนรู้ของครูเพียงครั้งเดียว แนวคิดเรื่องการนำวิธีการแบบเปิดไปเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้จึงเป็นแนวคิดที่สำคัญและเหมาะสมกับประเทศไทยในปัจจุบัน

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ (2546) ได้กล่าวถึงแนวคิดเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิดที่พัฒนาโดยศาสตราจารย์โนดะ (Nohda, 1987, 1991, 1994, 1995a, 1995b, 1997, 1998, 1999, 2000) แห่งมหาวิทยาลัยสึคุบะ ประเทศญี่ปุ่นว่าปัญหาปลายเปิดนี้มีความหมายกว้างว่าแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์ที่ใช้อยู่โดยทั่วไปในโรงเรียนของไทย (Inprasitha, 1997) เพราแบบฝึกหัดคณิตศาสตร์มีจุดเด่นด้านลบ คือ มีคำตอบที่ถูกต้องคำตอบเดียว มีลักษณะปิด กล่าวคือ ไม่เปิดโอกาสให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันเข้าร่วมได้ แต่ปัญหาปลายเปิดเป็นลักษณะของสถานการณ์ปัญหา มีคำตอบที่หลากหลาย มีกระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาอื่นได้ ซึ่งลักษณะเด่นดังกล่าวนี้ทำให้นักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกันในชั้นเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ตามความถนัดและความสนใจของตนเอง หรือกล่าวได้ว่าปัญหาปลายเปิด เปิดโอกาสให้นักเรียนจำนวนมากสามารถแก้ปัญหาได้อย่างเต็มศักยภาพ เพราะนักเรียนสามารถสร้างปัญหาของตนเองได้จากสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดที่กำหนดให้ และเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถมีประสบการณ์ที่ยาวนานในการแก้ปัญหาแต่ละครั้งได้ ซึ่งจะทำให้เพิ่มความเชื่อมั่นของนักเรียน ซึ่งความเชื่อมั่นนี้เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งน่าจะส่งเสริมการปฏิรูปกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียนได้

Inprasitha (2010) ได้กล่าวถึง วิธีการแบบเปิดตามการสอนแบบเปิดที่ได้ปรับให้ใช้ควบคู่กับการศึกษาชั้นเรียน ว่าวิธีการแบบเปิดตามการสอนแบบเปิดบรรจุอยู่ในขั้นตอนที่ 2 (การร่วมกันสังเกตชั้นเรียน) ของการศึกษาชั้นเรียน โดยวิธีการแบบเปิดตามการสอนแบบเปิดแบ่งเป็น 4 ขั้นตอน คือ

1) การนำเสนอปัญหาปลายเปิด (Posing Open-ended Problem)

เมื่อตั้งปัญหาปลายเปิดอยู่ในชั้นเรียน ผู้เรียนก็เกิดข้อสงสัยในปัญหาดังกล่าว เช่น กฎ สูตรต่าง ๆ ดังนั้นคำถามหรือปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนทำให้ผู้เรียนเกิดความสับสนในตอนแรก ซึ่งปัญหาที่ใช้เป็นปัญหาที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคย ทั้งกฎ สูตร วิธีการและอื่น ๆของการตอบปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ และยิ่งไปกว่านั้นก็ไม่สามารถเข้าใจในสิ่งที่ผู้เรียนจะกระทำ ซึ่งการที่จะช่วยเหลือให้ผู้เรียนเข้าใจความหมายของปัญหาอย่างมีประสิทธิผลคือ 1) ให้กำลังใจผู้เรียนโดยมุ่งไปที่ประเด็นที่คล้ายกันด้วยการฉายโปรเจ็คเตอร์ให้ดู 2) เปลี่ยนข้อมูลให้เป็นแบบทั่วไป ตัวอย่างเช่น การแนะนำการแก้ปัญหาที่หลากหลาย หรือการแสดงข้อมูลที่เป็นรูปธรรมที่มากกว่าการให้ปัญหาที่เป็นคำพูด 3) ให้ตัวอย่างที่ไม่จำกัดความคิดของผู้เรียน และ 4) หารูปแบบที่ดีที่สุดในการใช้เนื้อหาที่เป็นรูปธรรม

2) การเรียนรู้ด้วยตนเองของนักเรียน (Student’ self learning)

ปัญหาปลายเปิดเป็นปัญหาที่มีความเป็นพิเศษในการคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งครูไม่ควรไปกำหนดปัญหาให้กับผู้เรียนทั้งหมด สิ่งที่ครูควรทำคือการปรับความคิดเห็นของผู้เรียน

ให้เข้ากัน การสอนในรูปแบบนี้ก็คล้ายกับการสอนแบบทั่ว ๆไป โดยได้รวบรวมเอาองค์ประกอบทั้ง 2 อย่าง คือ ผลงานส่วนบุคคลและการอภิปรายบทเรียนทั้งชั้นเรียน แต่ถึงอย่างไรก็ตามเราไม่สามารถค้นหาการแก้ปัญหาของผู้เรียนแต่ละคนได้ เราจึงหามุมมองใหม่ที่ไม่เกิดขึ้นกับผู้เรียน แต่จะปรากฏในช่วงดำเนินการเรียนรู้ของแต่ละคนเพื่อนำมาอภิปรายบทเรียน ซึ่งคามคิดของผู้เรียนในรายบุคคลมีความสำคัญมากในการจัดการเรียนรู้เป็นกลุ่ม

3) การอภิปรายและเปรียบเทียบบทเรียน (Whole Class Discussion and Comparison)

ในช่วงนี้มีความสำคัญมากในการจดบันทึกคำตอบ วิธีการหรือการแก้ปัญหาที่ผู้เรียนแต่ละคนได้ทำในกลุ่ม ดังนั้นการใช้สมุดบันทึกหรือใบงานทำการจดบันทึกวิธีการคิดหรือการให้ข้อมูลข่าวสารของผู้เรียน โดยทำการบันทึกแบบย่อ ๆในใบงานหลังจากจบบทเรียน ซึ่งครูสามารถประเมินการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นกลุ่มและเป็นรายบุคคลได้ เพราะกิจกรรมของผู้เรียนในช่วงนี้มีความสำคัญต่อการพัฒนาบทเรียน ครูก็พยายามแนะนำผู้เรียนคนที่ยังไม่เข้าใจปัญหา และให้ตัวอย่างหรือเสนอแนะเพื่อกระตุ้นผู้เรียนให้คิดเกี่ยวกับปัญหาดังกล่าว ซึ่งเรื่องนี้อาจะเกิดขึ้นในขณะที่ครูเดินรอบ ๆ เพื่อตรวจดูการทำงานของผู้เรียน

4) การสรุปบทเรียนโดยการเชื่อมโยง (Summarization Through Connecting Students' Mathematical Ideas Emerged in the Classroom)

ในช่วงนี้ครูหรือผู้เรียนก็จะเขียนงานของตนเองหรืองานของกลุ่มใส่กระดานเพื่อแสดงให้คนอื่นเห็น ซึ่งครูก็จะรวบรวมความคิดที่คล้ายกันของผู้เรียนที่ได้นำเสนอหรือบันทึกความคิดเห็นและอื่น ๆ ของผู้เรียน ผู้เรียนก็จะยืนยันความคิดของตนเองโดยมองว่างานของตนเองมีส่วนที่คล้ายกับงานของคนอื่นหรือไม่อย่างไร เมื่อผู้เรียนนำเสนอคล้ายกันก็ทำการสรุปแบบย่อ ๆ โดยที่ครูให้ความสนใจไปที่ประเด็นใดประเด็นหนึ่งแล้วก็สรุป ครูจะรวบรวมความคิดที่ผู้เรียนนำเสนอมาและ รวมกับสิ่งที่ครูได้เตรียมการมาล่วงหน้า นำมาสรุปรวมกันให้มีความลงตัวพอดี และมีการเชื่อมโยงไปในบทเรียนถัดไป

ดังนั้นวิธีการแบบเปิดเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด มี 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด ขั้นนักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง ขั้นนำเสนอและอภิปรายแนวคิด และขั้นสรุปบทเรียนโดยการเชื่อมโยง

2.3 แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

2.3.1 ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

Brinker (1996) ได้เสนอความหมายในแง่ของนิยามเชิงวัตถุ ในเชิงที่เอาวัตถุ (Object) เป็นตัวตั้ง เชิงรูปธรรม โดยนิยามว่า การแสดงแทน หมายถึง สัญลักษณ์ หรือรูปภาพที่นักเรียนได้วาดขึ้นแล้ว ตัวอย่างเช่น การทำวัตถุให้มีโรงสร้างเป็นชั้น ๆ ตัวอย่างเช่น การวาดตารางของเศษส่วนและการทำเศษส่วนเป็นท่อน ๆ ก็ถือว่าเป็นการแสดงแทนที่นักเรียนทำมา คำว่าโครงสร้างในที่นี้หมายถึงการที่นักเรียนได้ออกแบบสำหรับคำสั่งที่เฉพาะมโนมติทางคณิตศาสตร์จากนิยามจะเห็นเกี่ยวกับเรื่องการแยกแยะของการแสดงแทน การแสดงแทนเป็นผลผลิตออกมาเป็นตัววัตถุออกมาเพื่อแสดงแทนตัววัตถุที่มีอยู่แล้ว คือ ตัวสี่เหลี่ยม แผ่น แท่ง มีอยู่แล้ว แต่การที่เด็กนำมาจัดกลุ่ม ถือว่าเป็นการแสดงแทนอีกมุมหนึ่ง การแสดงแทนจะถูกทำโดยแต่ละบุคคล นักเรียนที่เขียนรูปเขียนสัญลักษณ์ขึ้นมาเป็นการให้ความหมายของแต่ละคนเป็นการให้ความหมายของนักเรียนเองหรือกลุ่มย่อย ๆ เพื่อใช้สำหรับคำตอบ หรือปัญหาบางอย่างนิยามของ Brinker ได้ตัดความตั้งใจของผู้สร้างตัวแทนนี้ออกไป คือ เกี่ยวกับการสื่อสารเชื่อมโยง (Idiosyncratic)

Goldin (1998) การแสดงแทนเป็นการสร้างคุณลักษณ์ รูปภาพ วัตถุที่เป็นรูปธรรมและอื่น ๆ ที่สามารถเป็นสัญลักษณ์ หรือแสดงแทนบางสิ่งบางอย่างออกมาอีก ซึ่งได้ถูกแยกเป็น 2 อย่าง คือ การแสดงแทนทางภายนอกและภายใน (External and Internal Representation) การแสดงแทนภายใน หมายถึง รูปภาพที่อยู่ภายในที่เชื่อมโยงถึงรูปแบบที่อยู่ภายในที่นักเรียนสร้างขึ้นด้วยความจริง การแสดงแทนภายนอกนั้น หมายถึง โครงสร้างทางสัญลักษณ์ที่อยู่ภายนอกที่แสดงแทนความจริงภายนอกของคณิตศาสตร์ที่แน่นอน การแสดงแทนเหล่านี้อาจบ่งชี้และบรรยายถึงวัตถุสิ่งของคุณลักษณะทางกายภาพ พฤติกรรม และความสัมพันธ์ หรือวัตถุที่เป็นนามธรรมมากกว่า

Goldin & Janvier (1998) ได้กล่าวถึงการแสดงแทน (Representation) ในมุมของการเชื่อมโยงกับการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1) เป็นโครงสร้างของสถานการณ์หรือสิ่งแวดล้อมเชิงกายภาพที่สามารถถูกอธิบายในเชิงคณิตศาสตร์ในฐานะที่มันเป็นการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์

2) เป็นระบบของภาษา ในขณะที่ปัญหาทางคณิตศาสตร์ถูกกำหนดขึ้นหรือถูกอภิปราย เป็นการเน้นย้ำในเรื่องโครงสร้างที่เกี่ยวกับการศึกษาตามหลักไวยกรณ์ (Syntactic) และโครงสร้างที่เกี่ยวกับความหมาย (Semantic)

3) เป็นระบบของการสร้างคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการ สามารถแสดงแทนด้วยสถานการณ์โดยผ่านระบบสัญลักษณ์ ซึ่งมักอยู่ในรูปของสัจพจน์หรือนิยามที่มีความชัดเจน

4) เป็นระบบที่มีความซับซ้อนเกี่ยวกับโครงร่าง เป็นการสรุปหรือทบทวนพฤติกรรม แนวคิดของตนเองเกี่ยวกับกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการในการแก้ปัญหา

Lesh, Post, and Behr (1987) ให้คำจำกัดความเกี่ยวกับ คำแนะนำที่เชื่อมกัน ระหว่างการแสดงแทนและผู้สร้างสิ่งนั้น คำว่าการแสดงแทนในที่นี้ อธิบายอย่างง่ายๆ และถูกจำกัดความรู้สึกเช่นเดียวกับภายนอก การแสดงให้เห็นเป็นรูปธรรมเกี่ยวกับ ความคิดรวบยอดภายในของนักเรียน ถึงแม้ว่าจะมีความแตกต่างในการสร้างภายนอก (External) และภายใน (Internal)

Ball (1988) ได้ให้คำอธิบายถึงความหมายของการแสดงแทนไว้ในบทเรื่อง การแสดงแทนคืออะไร (what is a Representation?) ซึ่งได้กล่าวว่า การแสดงแทนบางสิ่งบางอย่าง คือการทำให้มีความชัดเจนภายใต้อิทธิพลของความคิด หรือเหตุที่จะทำให้รู้ หรือการรู้สึกโดย ประสาทสัมผัส หรือเข้าใจความหมาย การแสดงแทนคือสิ่งที่เป็นความคล้ายคลึงกัน เช่น ภาพ หรือ โมเดล หรือการจำลองอื่น ๆ ถ้อยคำหรือคำอธิบายโดยเฉพาะอย่างยิ่งมุมมองที่มีความจำเพาะเจาะจง หรือที่เกิดความประทับใจเกี่ยวกับบางสิ่งบางอย่างด้วยความตั้งใจ

อัจฉริยา พงศ์พิษณุ (2551) การแสดงแทนเป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ ช่วยในการอธิบายความคิดและการแปลความหมาย ทำให้เข้าใจปัญหาหรืออุปสรรคอะไรบางอย่างที่เกิดขึ้นกับนักเรียน การแสดงแทนสามารถเชื่อมโยงกับการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ในส่วนของการรวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเน้นย้ำในเรื่องของโครงสร้างที่เกี่ยวกับการศึกษาตามหลักไวยากรณ์ และโครงสร้างที่เกี่ยวกับความหมาย การสร้างคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการ และการสรุปแนวคิดของตนเองกับกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการในการแก้ปัญหา

ไชยพร พิมพ์มะสอน (2555) การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่นักเรียนได้สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบต่าง ๆออกมาตามแนวคิดและความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของนักเรียนเอง จากการที่นักเรียนได้ใช้สื่อการเรียนรู้ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วสะท้อนออกมาในรูปแบบต่าง ๆ เช่น รูปบล็อกสี่เหลี่ยม วงกลม ไดอะแกรม (โครงสร้างที่มีความหมายทางจำนวน) สัญลักษณ์และรูปแบบอื่น ๆที่เป็นสื่อในการแสดงแทนที่ออกมาทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่อยู่ในบริบทการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach)

จากการรวบรวมแนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสามารถสรุปในความหายของผู้วิจัยได้ว่า การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่นักเรียนสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจของตนเองด้วยรูปแบบต่าง ๆ

2.3.2 รูปแบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

Hiebert and Carpenter (1992) การแสดงแทนแบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1) การแสดงแทนภายนอก (External representation) หรือการแสดงแทนในเชิง โครงสร้างได้แก่บทนิยาม ตัวเปิดและตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ครูใช้เป็นเครื่องมือในการส่งผ่าน ความรู้ไปสู่

นักเรียนซึ่งในที่นี้จะหมายรวมถึง การแสดงแทนที่เป็นทั้งภาษาพูด ภาษาเขียน กราฟ ตาราง แผนภาพ/แผนภูมิ และสัญลักษณ์

2) การแสดงแทนภายใน (Internal representation) หรือการแสดงแทนในด้านความคิดรวบยอด เป็นภาพที่ปรากฏในสมองหรือความคิดของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับสิ่งต่าง ๆ ทาง คณิตศาสตร์ มโนภาพในเรื่องเดียวกันของผู้เรียนแต่ละคนอาจแตกต่างกันตามประสบการณ์การ เรียนรู้และการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนต้องสร้างขึ้นด้วยตนเองจากการแสดงแทนภายนอก ทั้งนี้การวัด และประเมินการแสดงแทนประเมินการแสดงแทนภายในนั้นจะวัดจากการแสดงแทนภายนอกด้วยเช่นกัน

Goldin (1998) ได้กล่าวถึงประเภทของการแสดงแทนภายใน ซึ่งมีด้วยกันอยู่ 5 ประเภท ดังนี้

1) ประเภทของการพูดหรือเขียนประโยค (Verbal or Syntactic) หมายถึงความสามารถที่เชื่อมโยงกับการใช้ภาษาที่เป็นธรรมชาติ คำที่มีความหมายและไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเอง รวมไปถึงการใช้หลักไวยากรณ์ด้วย

2) ประเภทที่เป็นระบบทางจินตนาการ (Imagistic and Gestural Systems) รวมไปถึงโครงสร้างภาพที่อยู่ภายในหัว (Spatial and Visual) หรือภาพที่อยู่ในความคิด (Mental images) โครงสร้างที่เป็นการแสดงท่าทางและตัวโครงสร้างของนักเรียนเอง

3) ความเหมาะสมของความคิดของรูปแบบสัญลักษณ์ (Mental Manipulation Formal notation) หมายถึง จำนวนการคำนวณเรขาคณิต การแสดงให้เห็นถึงลำดับของสัญลักษณ์ในการแก้สมการ

4) กระบวนการช่วยค้นหา และยุทธวิธี (Strategic and Heuristic Process) การเสาะหาแนวทางและตรวจสอบข้อผิดพลาด

5) ระบบการแสดงแทนอารมณ์ (Affective Systems of Representation) ที่ประกอบด้วยความรู้สึก ทัศนคติ ความเชื่อ และค่านิยมที่แสดงออกทางคณิตศาสตร์ หรือตัวของนักเรียนเองที่เชื่อมโยงถึงคณิตศาสตร์

Lesh (1979) นักเรียนจะมีวิธีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เมื่อเขาได้รับโอกาสในการแสดงแทนความคิดรอบยอดด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน ถ้านักเรียนมีความสามารถในการแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลาย และเชื่อมโยงระหว่างวิธีการแสดงแทนที่แตกต่างกันไปนั้นแสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 รูปแบบดังนี้

1) บริบทในชีวิตจริง (Real-World Situations) เป็นการแสดงแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวอยู่ในบริบทที่คุ้นเคย ซึ่งจะก่อให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการของ

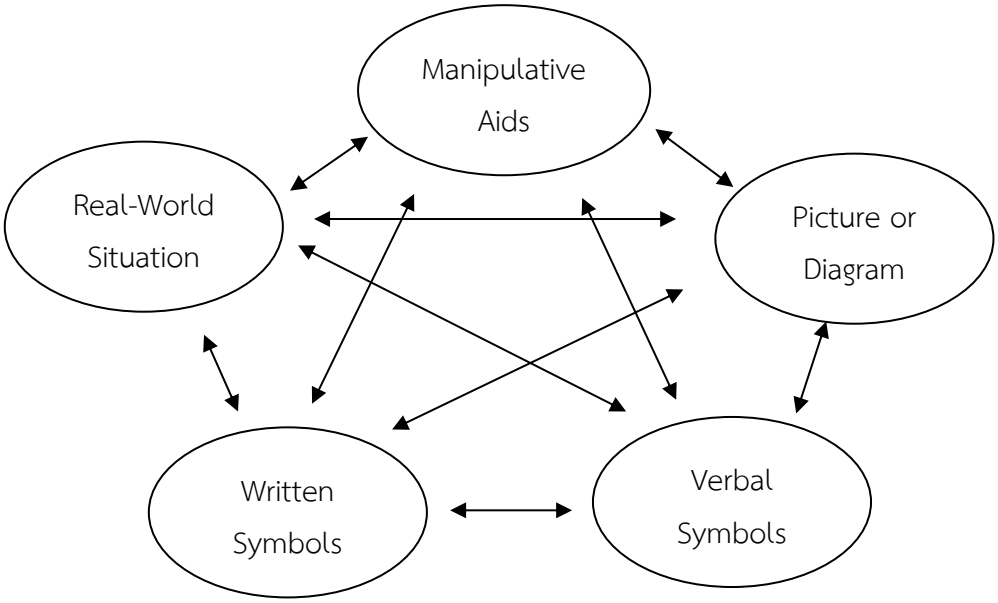
นักเรียน เป็นการพูดหรือแสดงให้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคำตอบของนักเรียนกับสถานการณ์จริง เช่น จำนวนเจ็ดหมายถึงสถานการณ์ที่เด็กเล่นในกระบะทรายเจ็ดคน

2) การแสดงแทนด้วยสื่อ (Manipulative aids) หมายถึง สื่ออุปกรณ์ที่ครูเตรียมมาให้นักเรียนได้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบของสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด เพื่อช่วยให้นักเรียนเข้าถึงปัญหาได้เร็วขึ้น เช่น บล็อกสิบ เป็นการสะท้อนความเข้าใจและความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยผ่านสื่อที่เป็นวัตถุเชิงกายภาพ (Physical Materials) เช่น กระดาน ตะปู ลูกบาศก์ การแสดงแทนด้วยวิธีนี้อาจสะท้อนให้เห็นถึงความเชื่อของนักเรียนซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องมีประสบการณ์เชิงนามธรรมเพื่อการเรียนคณิตศาสตร์

3) การแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์การเขียน (Written Symbols) เป็นการสะท้อนความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์โดยผ่านการเขียนประโยคสัญลักษณ์ของคณิตศาสตร์และการเขียนโครงสร้างของจำนวน

4) การแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์การพูด (Verbal Symbols) หมายถึงการสะท้อนความคิดความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์โดยสื่อออกมาจากการพูด จากที่นักเรียนได้ฟังได้เห็นได้สัมผัสกับสื่อที่เป็นตัวสถานการณ์ เช่น การพูดในสิ่งที่สัมผัสได้และอธิบายด้วยภาษาของตนเอง

5) การแสดงแทนด้วยรูปภาพ (Picture or Diagram) เป็นการวาดรูปวัตถุที่เป็นสื่อแทนความหมายทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปของตัวบล็อก แท่งบล็อก การแสดงแทนด้วยรูปภาพช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์



ภาพที่ 2.1 โมเดลของเลช (Lesh’s Model)

2.4 แนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญาของเพียเจต์ (Piaget)

Jean Piaget (Boeree, 2009) กล่าวว่า การรู้การคิดหรือสติปัญญาของเด็กนั้น จะมีคุณภาพแตกต่างจากู้ใหญ่ และพัฒนาการทางการรู้การคิดจะเป็นไปตามขั้นตอนและตามอายุ ซึ่งแต่ละคนจะมีอัตราการพัฒนาการที่แตกต่างกัน ทั้งนี้เพราะพัฒนาการทางการรู้การคิดเกิดจากพันธุกรรมและวุฒิภาวะทำปฏิสัมพันธ์กับประสบการณ์ของแต่ละคน ซึ่งผลจากการปะทะสัมพันธ์นี้จะยังผลให้คุณภาพของสติปัญญาในแต่ละคนแตกต่างกันไป ซึ่งสามารถอธิบายรายละเอียดของพัฒนาการทางการรู้การคิดออกเป็น 3 ระดับ คือ

1. ระดับพัฒนาการของการใช้ประสาทสัมผัสและกล้ามเนื้อ (Sensorimotor)

ในทารกแรกเกิด พฤติกรรมส่วนใหญ่จะเป็นปฏิกิริยาสะท้อนแบบง่าย ๆ (Reflex) เพื่อสนองความต้องการทางร่างกายเท่านั้น ความคิดของเด็กต่อการทำกิจกรรมต่าง ๆ จะยึดถือตนเองเป็นศูนย์กลาง ทั้งนี้เพราะเด็กยังไม่สามารถแยกตนเองออกจากสิ่งแวดล้อม ทุกสิ่งทุกอย่างจึงรวมอยู่ที่ตัวเด็ก ระดับนี้ประกอบด้วยขั้นย่อย 6 ขั้น คือ

1.1 ขั้นปฏิกิริยาสะท้อน (Reflexive: 0-1 เดือน) ในขั้นแรกของพัฒนาการเด็กจะมีพฤติกรรมสะท้อนอย่างง่าย ๆ เพื่อสนองความต้องการทางร่างกายเท่านั้น เป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นเพื่อตอบสนองการกระตุ้นจากภายนอกโดยอัตโนมัติ และไม่ต้องใช้ความคิดใด ๆ

1.2 ขั้นพัฒนาอวัยวะเคลื่อนไหวเบื้องต้น (Primary Circular Reaction: 1-4 เดือน) ระยะนี้เป็นระยะเริ่มปรับตัวเข้ากับสิ่งแวดล้อม เด็กรู้จักใช้ประสบการณ์ที่ได้รับเป็นแนวทางในการเคลื่อนไหวตนเอง แต่เป็นการเคลื่อนไหวแบบง่าย ๆ และปราศจากจุดมุ่งหมาย เด็กยังไม่สามารถแยกตนเองออกจากสิ่งแวดล้อม ทุกสิ่งทุกอย่างจะรวมอยู่ที่ตัวเด็กเอง การรับรู้วัตถุ จะรับรู้เฉพาะสิ่งที่เห็นเท่านั้น แต่ถ้าสิ่งนั้นหลุดพ้นสายตาไปเมื่อใด เด็กก็จะคิดว่าสิ่งนั้นหายไปจากโลกหรือสิ่งนั้นไม่มีตัวตนแล้ว

1.3 ขั้นพัฒนาการเคลื่อนไหวโดยมีจุดมุ่งหมาย (Secondary Circular Reaction: 4-6 เดือน) ระยะนี้ทารกเริ่มขยายความสนใจไปสู่วัตถุและเหตุการณ์ที่อยู่ล้อมรอบตัวเขา แทนที่จะจำกัดอยู่เฉพาะร่างกายของตัวเองเหมือนระยะที่ผ่านมา ทารกจะเริ่มแสดงพฤติกรรมโดยมีความตั้งใจและมีจุดมุ่งหมายมากขึ้น ทั้งนี้เพราทารกเริ่มสามาถผสมผสานข้อมูลจากระบบรับความรู้สึกต่าง ๆ ได้ดีขึ้น แต่ก็ยังไม่สมบูรณ์เท่าที่ควร เช่น ทารกสามารถเอื้อมมือไปคว้าวัตถุมาถือไว้ในมือได้ แต่ก็มักจะทำตกจากมือไป ส่วนการรับรู้วัตถุนั้นยังเหมือนเดิม นั้นคือ ถ้าเราหยิบวัตถุไปซ่อนไว้เด็กจะไม่สามารถค้นหาหรือหยิบวัตถุที่ถูกซ่อนไว้ได้

1.4 ขั้นพัฒนาการประสานงานของอวัยวะ (Coordination of Secondary Reactions: 6-12 เดือน) ระยะนี้อวัยวะรับความรู้สึกและอวัยวะสั่งการสามารถทำงานประสานกันดีขึ้น ทำให้ทารกสามารถแสดงพฤติกรรมอย่างมีจุดมุ่งหมายสมบูรณ์ขึ้น และสามารถนำประสบการณ์ในอดีตมาช่วยในการแก้ปัญหาง่าย ๆ ได้ ดังจะเห็นได้จากทารกเริ่มสังเกตรู้ว่าวัตถุนั้นยังคงอยู่ แม้วัตถุจะถูกซ่อนไว้ก็

ตาม (Object Permanency) เช่น ถ้าเอาของเล่นเด็กซ่อนไว้ใต้กล่องโดยให้ทารกมองเห็นโดยตลอด ทารกจะสามารถหยิกล่องออกเพื่อเอาของเล่นนั้นได้ ซึ่งพฤติกรรมนี้ถือเป็นการกระทำอย่างจงใจและมีจุดมุ่งหมาย

1.5 ขั้นพัฒนาความคิดริเริ่มแบบลองผิดลองถูก (Tertiary Circular Reactions: 12-18 เดือน) เนื่องจากระยะนี้การพัฒนาทางสรีระของทารกก้าวหน้าไปมาก ทารกเคลื่อนไหวไปตามที่ต่าง ๆ ได้รวดเร็วขึ้น จึงนับเป็นระยะที่เด็กชอบสำรวจสิ่งต่าง ๆ รอบตัว และชอบมดลองกระทำหลาย ๆ ครั้ง โดยใช้วิธีลองผิดลองถูกอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อดูว่าจะมีอะไรเกิดขึ้น แสดงว่าทารกเริ่มมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการสะสมกระบวนการรู้การคิด (Cognitive Process) ในระยะต่อ ๆ มาของพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์

1.6 ขั้นพัฒนาโครงสร้างสติปัญญาเบื้องต้น (Invention of New Means through Internal Mental Combinations: 18-24 เดือน) ทารกเริ่มแสดงความก้าวหน้าในระดับการรู้การคิด ทารกเริ่มมีความคิดที่จะแก้ปัญหาได้โดยไม่ต้องมีการลองผิดลองถูก แต่กลับมีความสามารถที่จะคิดหาวิธีแก้ปัญหาได้โดยใช้สมอง ระยะนี้เด็กเริ่มเรียนรู้ความสัมพันธ์ของสิ่งแวดล้อม สามารถที่จะอนุมานความสัมพันธ์ของเหตุและผลได้

2. ระดับพัฒนาความคิดรวบยอด (Conceptual Thought Phase: 2-12 ปี) ระดับนี้ประกอบด้วยขั้นย่อย 3 ขั้นคือ

2.1 ขั้นพัฒนาการก่อนเกิดความคิดรวบยอด (Preconceptual Thought Phase: 2-4 ปี) ระยะนี้เริ่มสามารถใช้ภาษาและเข้าใจความหมายของสัญลักษณ์ แต่การใช้ภาษาของเด็กในวัยนี้มักจะเป้นภาษาที่เกี่ยวข้องกับตนเอง เพราะเด็กยังมีลักษณะถือตนเองเป็นศูนย์กลางของทุกสิ่ง (Ego Centric) เด็กยังไม่สามารถรับรู้ความคิดและความต้องการของคนอื่น เด็กยังไม่สามารถเข้าใจความหมายของความคิดรวบยอดที่ลึกซึ้งได้ เด็กมีความเข้าใจแคบ มักจะมองสิ่งต่าง ๆ ในแง่เดียว ไม่สามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ได้ เช่น ไม่สามารถรับรู้ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนสูงและความกว้างของกระป๋องได้ และไม่สามารถคิดย้อนกลับไปมาได้ เช่น ดินน้ำมันที่ปั้นเป็นก้อนกลมแล้วมาทำให้แบน เด็กจะเข้าใจว่าก้อนที่แบนนั้นมีดินน้ำมันมากกว่า ทั้งนี้เพราะเราไม่สามารถคิดว่าดินน้ำมันที่แบนนี้สามารถปั้นกลับเป็นก้อนกลมเหมือนเดิมได้ อย่างไรก็ตาม ในระยะนี้เด็กมีพัฒนาการสามารถเอาวัตถุมาใช้แทนกันได้ เช่น เอาไม้บรรทัดมาใช้เป็นปืน

2.2 ขั้นพัฒนาการเกิดความคิดรวบยอด (Intuitive Thought Phase: 4-7 ปี) ระยะนี้เด็กเริ่มมีปฏิกิริยาโต้ตอบต่อสิ่งแวดล้อม และเริ่มที่จะเลียนแบบพฤติกรรมผู้ใหญ่ที่อยู่รอบ ๆ ตัวเขา เด็กเริ่มใช้ภาษาเป็นเครื่องมือนการคิด แต่การคิดของเด็กยังไม่สามารถใช้เหตุผลได้อย่างถูกต้อง การรู้การคิดส่วนใหญ่ยังขึ้นอยู่กับสิ่งที่เขารับรู้หรือสิ่งที่เขาเห็นขณะนั้น ลักษณะเด่นของพัฒนาการทางความคิดความเข้าใจของเด็กในช่วงนี้ คือ การพัฒนาความคิดความเข้าใจในเรื่องการทรงสภาวะเดิมของสาร

(Conservation) ซึ่งเริ่มเมื่อเด็กอายุได้ 5 ปี กล่าวคือ เด็กจะเริ่มเข้าใจว่าสิ่งใดสิ่งหนึ่งจะคุณภาพคงที่แม้มีการเปลี่ยนแปลงรูปทรงสัณฐานเกิดขึ้น เช่น เมื่อนำดินน้ำมันก้อนกลม ๆ ที่มีขนาดเท่ากันมา 2 ก้อน จากนั้นคลึงดินน้ำมันก้อนหนึ่งให้มีรูปทรงยาวออก เด็กอายุ 4 ปี จะบอกว่าดินน้ำมันก้อนที่มีรูปทรงยาวกว่าจะมีเนื้อดินมากกว่า ในขณะที่เด็กอายุ 5 ปี จะบอกได้ว่าดินน้ำมัน 2 ก้อน แม้มีรูปทรงไม่เหมือนกันแต่ก็มีเนื้อดินเท่ากัน เมื่อเด็กอายุ 6 ปี เด็กจะเริ่มพัฒนาความคิดความเข้าใจในเรื่องของการทรงสภาวะของน้ำหนัก (Weight Conservation) นั้นคือ เมื่อนำดินน้ำมัน 1 ก้อนมาคลึงให้มีรูปทรงยาวออกหรือแบ่งเป็นก้อนเล็ก ๆ 7 ก้อน เด็กอายุ 6 ปี จะบอกได้ว่าดินน้ำมันก้อนเล็ก ๆ 7 ก้อน และดินน้ำมันรูปร่างยาวมีน้ำหนักเท่าดินน้ำมันก้อนใหญ่ ส่วนความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการทรงสภาวะของปริมาตร (Volume Conservation) จะพัฒนาเมื่อเด็กอายุ 7 ปี เช่น เมื่อเทนมจากแก้วทรงเตี้ยไปสู่แก้วทรงสูงกว่า เด็กอายุ 7 ปี จะบอกได้ว่านมในแก้ว 2 ใบ มีปริมาตรเท่ากัน (Boeree, 2009)

2.3 ขั้นพัฒนาการคิดรวบยอดอย่างใช้เหตุผลเชิงรูปธรรม (Concrete Operations Thought Phase: 7-12 ปี) ระยะนี้เด็กมีความสามารถที่จะคิดอย่างมีเหตุผลและแก้ปัญหาได้โดยใช้เหตุผล แต่ทั้งนี้ต้องไม่ใช่ปัญหาที่ต้องใช้เหตุผลนอกเหนือจากประสาทสัมผัส เด็กเริ่มมีความสามารถในการสร้างกฎเกณฑ์ รู้จักที่จะแบ่งสิ่งแวดล้อมออกเป็นหมวดหมู่ได้ นอกจากนั้นยังสามารถรับรู้ถึงความสัมพันธ์ของส่วนสูง ความกว้างกับปริมาตร ตลอดจนสามารถที่จะคิดย้อนกลับไปมาได้ (Transformation) ความคิดเชื่อมั่นต่อวัตถุหรือบุคคลที่ยังฝังแน่นในขั้นต้น ๆ ค่อย ๆ กลายเป็นลักษณะที่ยืดหยุ่นได้ และปรับปรุงให้เข้ากับสถานการณ์ดีขึ้น

3. ระดับพัฒนาการความคิดอย่างมีเหตุผลเชิงนามธรรม (cognitive Thought หรือ Formal Operational Period: 12 ปีขึ้นไป)

ระยะนี้พัฒนาการทางการรู้การคิดของเด็กขึ้นสู่ระดับวุฒิภาวะสูงสุด คือ เด็กในวัยนี้จะเริ่มคิดเหมือนผู้ใหญ่ ความคิดแบบเด็กจะสิ้นสุดไป เด็กสามารถจะคิดและแก้ปัญหาโดยใช้เหตุผล สามารถที่จะจินตนาการ ตั้งสมมติฐานขึ้น และคิดหาทางพิสูจน์สมมติฐานนั้น โดยที่เขาไม่เคยมีประสบการณ์มาก่อนก็ได้ การพัฒนาการนี้เป็นพื้นฐานของการคิดอย่างเป็นวิทยาศาสตร์ พัฒนาการทางสติปัญญาที่เด่นในระยะนี้ คือ ความสามารถที่จะเกิดความคิดรวบยอดในสิ่งที่เป็นนามธรรม นอกเหนือไปจากสิ่งที่ต้องสัมผัสด้วยประสาทสัมผัส

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เกศสุดา แนวกลาง (2550) ได้ศึกษาการแสดงแทนจำนวนเต็มของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยวิธีการเรื่องราวและแผนภาพ ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ การวิเคราะห์ข้อมูลโดยการผนวกระบบของการแสดงแทนภายในตามแนวคิดของ Goldin (1998) 2 ระบบ คือ ระบบของคำพูดและการสร้างประโยค (verbal/syntactic systems) ระบบเชิงจินตนาการ (imagistic systems) และเกณฑ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์ลักษณะของจำนวนเต็มที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีทั้งหมด 4 ลักษณะ คือ ความเป็น 2 พวก ความเป็นจำนวนเต็ม 0 ความเป็น 1 ต่อ 1

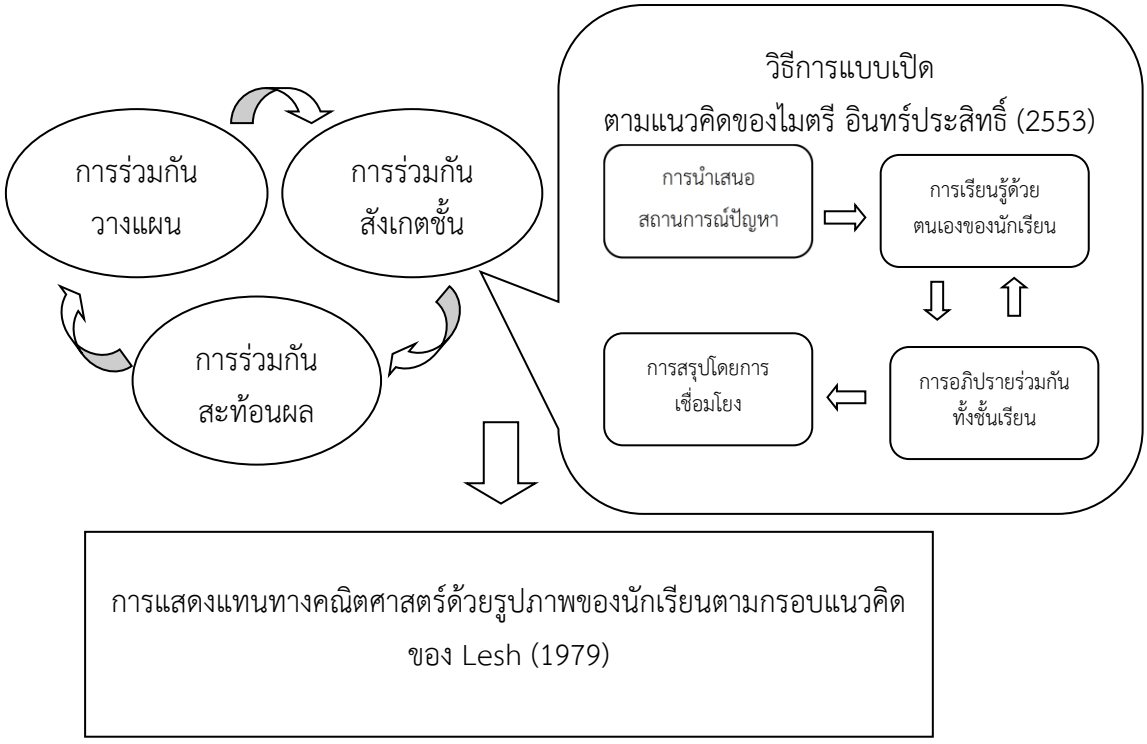
อัจฉริยา พงศ์พิษณุ (2551) ได้ศึกษาการวิเคราะห์แนวคิดทางคณิตศาสตร์จากการแสดงแทนจำนวนเต็มลบในสถานการณ์การแก้ปัญหาปลายเปิด ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงคุณภาพ เป็นการศึกษาที่เน้นการวิเคราะห์โปรโตคอล และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 6 คน โรงเรียนคูคำพิทยาสรรพ์ จังหวัดขอนแก่น โดยเก็บข้อมูลในปี พ.ศ. 2550 ผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัยทำการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน จดบันทึกภาคสนาม บันทึกวีดีทัศน์ และบันทึกเสียงตลอดเวลาที่ทำกิจกรรม โดยข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ มีดังต่อไปนี้ ข้อมูลจากผลงานการแก้ปัญหาของนักเรียน ข้อมูลในรูปของโปรโตคอลการแก้ปัญหาที่ได้จากการถอดเทปเสียงขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหา โดยที่ครูผู้สอนไม่ได้เข้าไปแทรกแซง ข้อมูลจากการบันทึกภาคสนามของผู้วิจัยและผู้ช่วยวิจัย ข้อมูลพื้นฐานของกลุ่มเป้าหมายจากการสังเกต

ไชยพร พิมพ์มะสอน (2555) ได้ศึกษาการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้สื่อการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์การแสดงแทนในสถานการณ์แก้ปัญหา พบนักเรียนแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ออกมา 5 รูปแบบ คือ 1) ด้วยการพูดของนักเรียนที่สื่อความหมายถึงโครงสร้างของการบวกจำนวนและการพูดที่แสดงถึงความหมายสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนได้ใช้สื่อที่เป็นรูปภาพและสถานการณ์ปัญหา โดยครูได้เล่าเรื่อง 2) ด้วยการใช้สื่อที่ถูกกระทำ (Manipulative Representation) โดยการใช้ความสัมพันธ์หนึ่งต่อหนึ่ง (One to One Correspondence) ระหว่างสื่อที่เป็นตัวบล็อกและตัวสถานการณ์จริง ซึ่งนักเรียนได้ใช้บล็อกแท่ง บล็อกสิบและรูปภาพเพื่อหาคำตอบ 3) ด้วยการเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แนวนอนและแนวตั้ง การเขียนไดอะแกรมที่แสดงวิธีการบวกและลบ และ 4) ด้วยการวาดรูปวงกลม สี่เหลี่ยม และการวาดรูปแท่งบล็อกที่หมายถึงการนับ เอาบล็อกออกจากแท่งบล็อก (การลบ) ซึ่งนักเรียนก็ยังใช้บล็อก แท่งบล็อกสิบ ในรูปภาพสถานการณ์ปัญหา 5) ด้วยการผูกติดประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แนวนอนและแนวตั้งกับตัวสถานการณ์จริง (Real Word Situation) ซึ่งนักเรียนใช้สื่อที่เป็นรูปภาพในสถานการณ์ปัญหา เพื่ออธิบายถึงความหมายของจำนวนได้เปิดสอดคล้อง นักเรียนเกิดการแสดงแทนออกมานั้นเริ่มจากนักเรียนได้สัมผัส ได้จินตนาการ หรือหยิบจับสื่อการเรียนรู้ ที่เป็น

รูปภาพในสถานการณ์ปัญหาปลายเปิด นักเรียนใช้สิ่งเหล่านี้แก้ปัญหา โดยนำเอาบล็อกมาวางบนรูปเด็ก หรือรูปผลไม้จนครบแล้วก็นำออกมาวางในแท่งบล็อกสิบเพื่อหาคำตอบ ด้วยการนับจำนวนบล็อกทั้งหมดในแท่งบล็อก การกระทำนี้เป็นการสร้างความมั่นใจในคำตอบของนักเรียนเอง ซึ่งเป็นผลให้นักเรียนเกิดความคิดต่อยอดในการหารูปแบบอื่น ๆ ของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ฉะนั้นสื่อการเรียนรู้จึงเป็นเครื่องมือช่วยให้นักเรียนได้เข้าใจและเข้าถึงปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เร็วขึ้น

2.6 กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้สรุปกรอบแนวคิดในการวิจัยเพื่อใช้ในการวิเคราะห์การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ด้วยรูปภาพของนักเรียนที่เรียนในชั้นเรียนที่ใช้การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) และวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ดังนี้



ภาพที่ 2.2 แสดงกรอบแนวคิดการวิจัย