

คำนำ

(Preface)

เราค้นเคยกับพีชคณิตพื้นฐานของระบบจำนวน เช่นการบวก ลบ คูณหรือหารมาตั้งแต่การเรียนในระดับประถมศึกษา รวมถึงการได้ใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งสำหรับคนทั่วไปแล้วดูเหมือนว่าอาจจะเพียงพอในการดำรงชีวิต แต่สำหรับผู้เรียนเอกคณิตศาสตร์ การศึกษาพีชคณิตนามธรรม (abstract algebra) จะทำให้มองเห็นภาพของพีชคณิตพื้นฐานเหล่านั้นได้กว้างและชัดเจนขึ้น ว่าแท้จริงแล้วเป็นเพียงตัวอย่างหรือระบบเล็กๆอย่างหนึ่ง สิ่งที่จะได้ศึกษาต่อไปนี้ คือภาพรวมหรือเรียกว่าเป็นนัยทั่วไป (generalization) ของพีชคณิตพื้นฐานเหล่านั้น รวมถึงการศึกษาพีชคณิตนามธรรมนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้ฝึกการคิดอย่างมีเหตุมีผลผ่านการพิสูจน์ ซึ่งเป็นกระบวนการหลักในการศึกษาพีชคณิตนามธรรม และจะเป็นพื้นฐานที่ดีสำหรับผู้ที่ต้องการศึกษาต่อทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นต่อไป

จากประสบการณ์ที่ได้สอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เน้นด้านการพิสูจน์ รวมถึงประสบการณ์ในฐานะผู้เรียนเมื่อยังเป็นนักศึกษาในมหาวิทยาลัย ผู้เขียนพบว่าการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นด้านการพิสูจน์นั้น มีผู้เรียนที่จะรู้สึกชอบเป็นจำนวนไม่มากนักเมื่อเทียบกับการเรียนคณิตศาสตร์ที่เน้นด้านคำนวณ ทั้งนี้เพราะการพิสูจน์จะต้องมีการอ้างเหตุผล ที่มาที่ไป ผู้พิสูจน์ต้องมีความเข้าใจอย่างชัดเจนในเนื้อหา จึงจะสามารถพิสูจน์ได้ถูกต้อง ซึ่งหลายครั้งทำให้ผู้เรียนรู้สึกยุ่งยาก ซ้ำซ้อน หรือไม่คุ้นเคย จนทำให้ไม่อยากศึกษาค้นคว้าต่อไป ตำราเล่มนี้ผู้เขียนเรียบเรียงขึ้นด้วยมุ่งหวังจะแก้ปัญหาเหล่านี้ให้น้อยลง โดยพยายามอธิบายความเป็นนามธรรม ให้เข้าใจเป็นรูปธรรมมากที่สุดเท่าที่จะสามารถทำได้ โดยเมื่อกล่าวถึงบทนิยามจะมีตัวอย่างที่เป็นรูปธรรมแสดงควบคู่ไปกับบทนิยามนั้นๆ เพื่อเน้นให้เห็นภาพชัดเจนยิ่งขึ้น การพิสูจน์ทฤษฎีบทจะเน้นการเขียนอย่างเป็นขั้นตอน พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบอย่างชัดเจน หลายๆครั้งผู้เขียนจะใช้สัญลักษณ์ “ $\Rightarrow$ ” ในการพิสูจน์เพื่อแสดงเหตุและผลที่ได้ตามมา ทั้งยังช่วยแบ่งวรรคตอนให้อ่านตามได้ง่ายขึ้น นอกจากนี้ยังมีตัวอย่างที่แสดงการนำทฤษฎีบทไปใช้

อีกด้วย สำหรับทฤษฎีบทที่มีการพิสูจน์คล้ายคลึงกันกับที่ได้เคยแสดงการพิสูจน์ไปแล้ว หรือการพิสูจน์นั้นไม่ยากเกินไปนัก ผู้เขียนจะละการพิสูจน์ไว้ให้ได้ฝึกพิสูจน์เป็นแบบฝึกหัดเพิ่มเติม

ผู้เขียนเรียบเรียงตำราพีชคณิตนามธรรม 1 เล่มนี้จากประสบการณ์การสอนวิชานี้ในมหาวิทยาลัย ประกอบกับการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมจากเอกสารและตำราต่างๆทั้งในและต่างประเทศ เพื่อใช้ประกอบการเรียนการสอนรายวิชาพีชคณิตนามธรรม 1 รหัสวิชา MATH 3301 เนื้อหาหลักในตำราประกอบด้วยความรู้พื้นฐาน กรุป ริง อินทิกรัลโดเมนและฟิลด์ ซึ่งเป็นไปตามหลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ. 2553 มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ นอกจากนี้ยังมุ่งหวังให้ตำราเล่มนี้เป็นประโยชน์ต่อผู้อื่นที่สนใจเริ่มต้นศึกษาพีชคณิตนามธรรม ให้สามารถอ่านทำความเข้าใจได้ด้วยตนเอง โดยการใช้คำศัพท์ต่างๆผู้เขียนยึดตามพจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พิมพ์ครั้งที่ 10 พ.ศ. 2553

เนื่องจากตำราเล่มนี้ผู้เขียนเน้นสำหรับผู้เริ่มศึกษาพีชคณิตนามธรรมเป็นครั้งแรก ให้ได้รับความรู้เป็นพื้นฐาน ดังนั้นเนื้อหาภายในเล่มอาจไม่ครอบคลุมทุกหัวข้อในการศึกษาพีชคณิตนามธรรมทุกๆไป แต่หวังเป็นอย่างยิ่งว่า ตำราเล่มนี้จะเกิดประโยชน์แก่ผู้สนใจบ้างตามสมควร

ผู้เขียนขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์จินตนา แสงวงศ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ระดับปริญญาโทและปริญญาเอกของผู้เขียน ที่ได้กรุณาอ่านต้นฉบับและให้ข้อเสนอแนะในการเรียบเรียงตำราเล่มนี้ให้สมบูรณ์มากขึ้น ขอขอบคุณสาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ ที่เปิดโอกาสให้สอนรายวิชาพีชคณิตนามธรรม 1 นี้ อยู่หลายครั้ง ทั้งยังขอขอบคุณไปถึงนักศึกษาทุกคนที่ได้ทดสอบใช้ต้นฉบับ จนทำให้สามารถพัฒนาและปรับปรุงเป็นตำราเล่มนี้ได้ สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอขอบพระคุณในบุญคุณของบิดา มารดาผู้ให้กำเนิด รวมถึงญาติพี่น้อง มิตรสหาย ที่ได้มีความปรารถนาดีต่อผู้เขียนมาโดยตลอด ซึ่งเป็นแรงผลักดันให้ผู้เขียนทำสิ่งต่างๆจนสำเร็จรวมถึงตำราเล่มนี้

บุรพา สิงหา

ตุลาคม 2556