

บทที่ 5

สรุป อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยชิ้นนี้ได้ศึกษาเงื่อนไขการมีผลเฉลยที่เป็นบวกและเงื่อนไขการมีผลเฉลยที่เป็นลบของสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้นสองตัวแปร $ax + by = c$ โดยในการพิสูจน์นั้น ได้แยกพิจารณาเป็น 4 กรณีทั้งหมดที่แตกต่างกัน ดังนี้

- 1) $a, b > 0$
- 2) $a > 0, b < 0$
- 3) $a, b < 0$
- 4) $a < 0, b > 0$

ซึ่งผลของการวิจัยพบว่า

1. ให้ $a, b > 0$ สมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้น $ax + by = c$ จะมีผลเฉลยที่เป็นบวกก็ต่อเมื่อ

$$d \mid c \text{ และ } \left(\frac{dc}{ab} > 1 \text{ หรือ } \left(\frac{dc}{ab} \leq 1 \text{ และ } -\frac{nc}{b} \notin \mathbb{Z} \text{ และ } \left\lceil -\frac{nc}{b} \right\rceil < \frac{mc}{a} \right) \right)$$

2. ให้ $a > 0, b < 0$ สำหรับสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้น $ax + by = c$ ถ้า $d \mid c$ แล้ว สมการจะมีผลเฉลยที่เป็นบวกเป็นจำนวนอนันต์

3. ให้ $a < 0, b > 0$ สำหรับสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้น $ax + by = c$ ถ้า $d \mid c$ แล้ว สมการจะมีผลเฉลยที่เป็นบวกเป็นจำนวนอนันต์

4. ให้ $a, b < 0$ สมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้น $ax + by = c$ จะมีผลเฉลยที่เป็นบวกก็ต่อเมื่อ

$$d \mid c \text{ และ } \left(-\frac{dc}{ab} > 1 \text{ หรือ } \left(-\frac{dc}{ab} \leq 1 \text{ และ } \frac{mc}{a} \notin \mathbb{Z} \text{ และ } \left\lceil \frac{mc}{a} \right\rceil < -\frac{nc}{b} \right) \right)$$

5. ให้ $a, b > 0$ สมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้น $ax + by = c$ จะมีผลเฉลยที่เป็นลบก็ต่อเมื่อ

$$d \mid c \text{ และ } \left(-\frac{dc}{ab} > 1 \text{ หรือ } \left(-\frac{dc}{ab} \leq 1 \text{ และ } \frac{mc}{a} \notin \mathbb{Z} \text{ และ } \left\lceil \frac{mc}{a} \right\rceil < -\frac{nc}{b} \right) \right)$$

6. ให้ $a > 0, b < 0$ สำหรับสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้น $ax + by = c$ ถ้า $d \mid c$ แล้ว สมการจะมีผลเฉลยที่เป็นลบเป็นจำนวนอนันต์

7. ให้ $a < 0, b > 0$ สำหรับสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้น $ax + by = c$

ถ้า $d \mid c$ แล้ว สมการจะมีผลเฉลยที่เป็นลบเป็นจำนวนอนันต์

8. ให้ $a, b < 0$ สมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้น $ax + by = c$ จะมีผลเฉลยที่เป็นลบก็ต่อเมื่อ

$$d \mid c \text{ และ } \left(\frac{dc}{ab} > 1 \text{ หรือ } \left(\frac{dc}{ab} \leq 1 \text{ และ } -\frac{nc}{b} \notin \mathbb{Z} \text{ และ } \left\lceil -\frac{nc}{b} \right\rceil < \frac{mc}{a} \right) \right)$$

5.2 อภิปรายผล

โดยปกติในการหาผลเฉลยที่เป็นบวกหรือลบของสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้นสองตัวแปร $ax + by = c$ จะทำโดยการหาผลเฉลยทั่วไปและแก้สมการเพื่อพิจารณาว่าจะมีผลเฉลยที่เป็นบวกหรือลบหรือไม่ ซึ่งใช้เวลาในการคำนวณพอสมควร ในงานวิจัยนี้ ผลลัพธ์หลักทั้ง 8 ทฤษฎีบทที่ได้จากการวิจัย ช่วยให้สามารถตรวจสอบการมีผลเฉลยที่เป็นบวกและการมีผลเฉลยที่เป็นลบของสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้นสองตัวแปร $ax + by = c$ โดยไม่จำเป็นต้องคำนวณโดยตรง เพียงแต่คำนวณค่า m, n จากผลรวมเชิงเส้น $d = an + bm$ ($d = (a, b)$) แล้วนำค่า a, b, c, d, m, n เหล่านี้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขตามทฤษฎี ก็จะสามารถทราบได้ทันทีว่าสมการจะมีผลเฉลยที่เป็นบวกหรือผลเฉลยที่เป็นลบหรือไม่ ซึ่งประหยัดเวลาและสะดวกกว่าการคำนวณโดยตรง

5.3 ข้อเสนอแนะ

ในการตรวจสอบการมีผลเฉลยที่เป็นบวกหรือผลเฉลยที่เป็นลบของสมการตามทฤษฎีบทหลักทั้ง 8 นั้น จำเป็นต้องหาค่า m, n จากผลรวมเชิงเส้น $d = an + bm$ เสียก่อน จึงจะสามารถตรวจสอบได้ หากสามารถหาเงื่อนไขที่ใช้ในการตรวจสอบโดยไม่จำเป็นต้องทราบค่า m, n ดังกล่าว คือพิจารณาเฉพาะเพียงค่า a, b, c, d จากสมการเท่านั้นก็จะทำให้ทฤษฎีสะดวกแก่การใช้งาน และสามารถตรวจสอบได้เร็วมากขึ้นอีกด้วย ซึ่งยังคงเป็นเรื่องที่ต้องศึกษาต่อไป