

บทที่ 2

แนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การใช้แนวคิดของนักเรียนเพื่อพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้การศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. มุมมองการพัฒนาวิชาชีพครูกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียน
2. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
3. การศึกษาชั้นเรียน
4. วิธีการแบบเปิด
5. แนวคิดของนักเรียน
6. แผนการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

1. มุมมองการพัฒนาวิชาชีพครูกับการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียน

ในประเทศไทย เมื่อกล่าวถึงการพัฒนาวิชาชีพครูมักจะหมายถึง การที่ครูประจำการเพิ่มพูนความรู้โดยการเข้ารับการฝึกอบรมระยะสั้นตามสถาบันที่ทำหน้าที่ผลิตครูหรือสถาบันทางการศึกษาอื่นๆ ไม่ว่าจะเป็นคณะศึกษาศาสตร์หรือครุศาสตร์ของสถาบันต่างๆ โดยมองว่าความรู้ที่ครูประจำการมีอยู่นั้นล้าสมัยจึงต้องมารับความรู้ใหม่ มุมมองที่ว่านี้แม้จะไม่ผิดแต่ขาดองค์ประกอบที่สำคัญของการพัฒนาวิชาชีพ ซึ่งก็คือ “ความเชี่ยวชาญเชิงวิชาชีพ” ที่มีอยู่ในตัวครูประจำการที่เกิดจากประสบการณ์การสอนของตนเอง ดังนั้นโปรแกรมการพัฒนาวิชาชีพครูที่ควรจะเป็นจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบเรื่องความเชี่ยวชาญเชิงวิชาชีพที่ว่านี้ด้วย กล่าวคือ ทำอย่างไรสถาบันที่ผลิตครูจึงจะสามารถร่วมมือกับครูประจำการในการพัฒนาวิชาชีพครูที่เน้นการพัฒนาความเชี่ยวชาญเชิงวิชาชีพที่มีอยู่ในตัวครูทุกคน กล่าวคือ ทำอย่างไรจะช่วยให้ครูประจำการ “มีความเชื่อมั่น” ว่าตัวเองมีบทบาทสำคัญในการพัฒนาวิชาชีพครู แนวคิดที่จะให้ครูทำวิจัยในชั้นเรียนเพื่อใช้ปรับปรุงการสอนของตนเองถือเป็นความพยายามที่จะช่วยให้ครูเพิ่มความเชื่อมั่นในการพัฒนาวิชาชีพครูและแนวคิดที่ครูประจำการที่สอนคณิตศาสตร์พยายามจะพัฒนาหรือปรับปรุงการเรียนของนักเรียนและการสอนของตนเอง ถือเป็นหัวใจของ “การวิจัยในชั้นเรียนคณิตศาสตร์” อย่างไรก็ตาม ทิศทางการพัฒนาหรือปรับปรุงการเรียนการสอนในประเทศไทยมักจะเริ่มที่การสอน โดยมองว่าถ้ามีวิธีการสอนที่ดี นักเรียนก็จะเรียนรู้ได้ดี แต่ข้อเท็จจริงที่สำคัญอย่างหนึ่งก็คือ การสอนที่ดีจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อเรารู้จักนักเรียนของเราดีพอก่อน ดังนั้นทิศทางการพัฒนาการสอนจึงควรเริ่มจาก “การที่ครูเรียนรู้จากนักเรียนของตนเองก่อน” โดยเน้นทั้งวิธีการเรียนรู้หรือกระบวนการเรียนรู้และอารมณ์ความรู้สึกรักของนักเรียนที่เกิดขึ้นในระหว่างการเรียนรู้

จากมุมมองที่วันนี้จึงกล่าวได้ว่า ครูบางคนอาจจะเคยตั้งคำถามหรือตั้งข้อสงสัยเกี่ยวกับวิธีการเรียนรู้หรือกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน บางคนอาจจะสนใจอารมณ์และความรู้สึกของนักเรียน หรือครูบางคนอาจจะสนใจการแสดงออกถึงความงุนงงสับสนต่อที่หรือความตื่นเต้นของนักเรียนที่มีต่อเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การที่ครูคนใดทำในลักษณะที่กล่าวมานี้ถือได้ว่าครูคนนั้นเข้ามาเกี่ยวข้องกับ การวิจัยในชั้นเรียนอย่างไม่เป็นทางการแล้ว คำตอบที่จะได้จากการกระทำดังกล่าวเป็นสิ่งที่ครูจะได้เรียนรู้จากนักเรียนซึ่งอาจก่อให้เกิดผลกระทบในแง่ลบต่อไปนี้ได้

- ทำให้ครูตั้งข้อสงสัยเกี่ยวกับสมมติฐานซึ่งตนเองเคยมีเกี่ยวกับวิธีสอนของตนเอง
- ช่วยเพิ่มความแข็งแกร่งให้กับความรู้ที่มีอยู่
- ช่วยให้ครูค้นหาเหตุผลให้ตัวเองเกี่ยวกับวิธีสอนที่ใช้อยู่
- ทำให้ครูต้องคิดหาแง่มุมใหม่เกี่ยวกับวิธีสอนของตัวเอง

สิ่งต่างๆ ที่กล่าวมานี้ถือเป็นจุดเริ่มต้นของการพัฒนาการสอนของครู การวิจัยในชั้นเรียนถือเป็นกระบวนการเรียนรู้อย่างหนึ่ง และกระบวนการเรียนรู้ในลักษณะนี้มีส่วนช่วยในการพัฒนาวิชาชีพครูอย่างจริงจังเพราะเป็นกระบวนการที่ “เพิ่มความเชี่ยวชาญเชิงวิชาชีพและเพิ่มความเชื่อมั่นในวิชาชีพ” ให้กับครูที่ทำวิจัยไปในขณะเดียวกัน

แนวคิดในการพัฒนาวิชาชีพครูแนวใหม่ได้รับผลกระทบจากโลกาภิวัตน์ จะเห็นได้จากการศึกษาของ TIMSS (The Third International Mathematics and Science Study) (Beaton, et al., 1996) ซึ่งทำการศึกษเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาใน 45 ประเทศ ผลจากการศึกษาของ TIMSS ส่งผลกระทบวงกว้างต่อการปฏิรูปการศึกษาในหลายประเทศ ตัวอย่างเช่น ผลการศึกษาเปรียบเทียบชั้นเรียนของประเทศเยอรมนี ญี่ปุ่นและ สหรัฐอเมริกา โดยการวิเคราะห์การบันทึกวิถีทัศน์การเรียนการสอนในห้องเรียนจริง ดังแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงถึงลักษณะการสอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศเยอรมนี ญี่ปุ่น และ สหรัฐอเมริกา

เวลา (นาที)	เยอรมนี	ญี่ปุ่น	สหรัฐอเมริกา
1	- ครูจัดการบ้านโดยเรียกให้นักเรียนตอบ - นักเรียนทำการบ้านที่ค่อนข้างยากบนกระดานดำ	- ครูทบทวนบทเรียนของวันก่อนและให้แก้ปัญหายังทำไม่เสร็จ - นักเรียนเสนอคำตอบที่ค้นพบโดยครูเป็นผู้สรุป	- ครูถามคำถามที่ต้องการคำตอบสั้นๆ เพื่อการทบทวน ข้อสังเกต: ปกติจะเริ่มด้วยกิจกรรมอุ่นเครื่อง
10	- ครูแก้ไขคำศัพท์ที่นักเรียนใช้ไม่ถูกต้อง ข้อสังเกต: โดยปกติครูจะหว่านเรื่องสัญลักษณ์และ ภาษาที่เด็กใช้	- ครูนำเสนอของวันนั้นแล้วให้นักเรียนแยกทำ (งานส่วนใหญ่คือการสร้างปัญหาให้เพื่อนแก้)	- ครูจัดการบ้านโดยเรียกให้นักเรียนตอบ ข้อสังเกต: ครูจะใช้วิธีการนี้ในการจัดการบ้านอยู่เป็นประจำ
20	- ครูเสนอปัญหาของวันนี้อาจจะเป็นทฤษฎีให้นักเรียนพิสูจน์ และพยายามให้นักเรียนเข้าไปสู่การพิสูจน์ ครูเน้นขั้นตอนดำเนินการที่สามารถใช้ในการพิสูจน์ทฤษฎีในลักษณะนั้น ข้อสังเกต: การพิสูจน์ทฤษฎีหนึ่งๆ ไม่ค่อยมีบ่อยแต่การที่ครูจะนำนักเรียนเข้าสู่การอภิปรายเกี่ยวกับขั้นตอนดำเนินการเป็นเรื่องธรรมดาและมีอยู่บ่อยๆที่นักเรียนออกไปทำกิจกรรมอะไรบางอย่างที่หน้ากระดานดำในขณะที่มีการอภิปราย	- ครูนำเสนอของวันนั้นแล้วให้นักเรียนแยกทำ (งานส่วนใหญ่คือการสร้างปัญหาให้เพื่อนแก้) ข้อสังเกต: ปกติเมื่อนำเสนองาน จะให้นักเรียนหาทางแก้โดยตนเอง มีอยู่บ่อยๆที่นักเรียนแก้ได้โดยวิธีที่เคยเรียนผ่านมาไม่นาน - ครูแนะนำให้นักเรียนดำเนินงานต่อในกลุ่มย่อย ผู้นำกลุ่มจะแชร์ปัญหากับครูซึ่งครูก็จะเขียนปัญหานั้นบนกระดานนักเรียนจะลอกปัญหาและเริ่มทำงานของตน	- ครูแจกใบงานที่มีปัญหาล้าๆกันให้นักเรียนแยกกันทำ - ครูคอยสำรวจตรวจตรางานของนักเรียน คอยสังเกตว่านักเรียนมีอะไรสงสัยในปัญหาเฉพาะบางปัญหาหรือนักเรียนแสดงให้เห็นว่าแก้ปัญหาเหล่านั้นอย่างไร ข้อสังเกต: เป็นเรื่องธรรมดาที่ครูจะเข้าแทรกแซงตั้งแต่แรกที่เห็นสัญญาณว่าจะมีความสับสนหรือนักเรียนจะต้องใช้ความพยายามอย่างมาก
30	- ครูให้การบ้าน ข้อสังเกต: ปกติครูจะไม่ให้เวลาในชั้นเรียนในการทำการบ้าน	- ครูนำเสนอของวันนั้นแล้วให้นักเรียนแยกทำ (งานส่วนใหญ่คือการสร้างปัญหาให้เพื่อนแก้) ข้อสังเกต: ปกติเมื่อนำเสนองาน จะให้นักเรียนหาทางแก้โดยตนเอง มีอยู่บ่อยๆที่นักเรียนแก้ได้โดยวิธีที่เคยเรียนผ่านมาไม่นาน - ครูแนะนำให้นักเรียนดำเนินงานต่อในกลุ่มย่อย ผู้นำกลุ่มจะแชร์ปัญหากับครูซึ่งครูก็จะเขียนปัญหานั้นบนกระดานนักเรียนจะลอกปัญหาและเริ่มทำงานของตน	- ครูทบทวนใบงานอื่นอีกและแสดงวิธีใดวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาคิดว่าเป็นปัญหาที่น่าท้าทายมากที่สุด - ครูทบทวนปัญหาปากเปล่าอย่างเร็วๆ แบบที่ทำมาก่อนหน้านั้น - ครูบอกให้นักเรียนหยุดการทำใบงาน
40		- ครูเน้นวิธีการที่ดีบางวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาลำนั้น ข้อสังเกต: การไม่ให้การบ้านเป็นเรื่องปกติ	- ครูทบทวนปัญหาปากเปล่าอย่างเร็วๆ แบบที่ทำมาก่อนหน้านั้น - ครูบอกให้นักเรียนหยุดการทำใบงาน ข้อสังเกต: จะฝึกปกติมากถ้าไม่มีการบ้าน

การเริ่มชั้นเรียน

สิ่งที่เหมือนกันของชั้นเรียนในทุกประเทศ ก็คือ เริ่มด้วยการทบทวนแต่ในประเทศเยอรมนีและในประเทศสหรัฐอเมริกาเริ่มด้วยการเช็คการบ้านที่ค่อนข้างใช้เวลานาน ในขณะที่ประเทศญี่ปุ่นเริ่มด้วยการทบทวนบทเรียนของวันก่อนอย่างรวดเร็วๆ

หัวใจของบทเรียน

ประเทศเยอรมนี : ครุณำนักเรียนไปสู่การพัฒนาเทคนิคขั้นสูงในการแก้ปัญหาที่ท้าทาย โดยการที่นักเรียนคอยตอบคำถามบ่อยๆ

ประเทศญี่ปุ่น : นักเรียนทำการแก้ปัญหาที่ท้าทายและจากนั้นจึงร่วมกันแสดงความคิดเห็นกับผลที่เกิดขึ้น

ประเทศสหรัฐอเมริกา : ครูใช้วิธีการถาม ตอบกับนักเรียนแบบสั้น ๆ เร็วๆ แสดงวิธีการให้นักเรียนดูแล้วให้นักเรียนทำปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

การสรุปบทเรียน

การสรุปบทเรียนแตกต่างกัน ดังนี้

ประเทศเยอรมนีและประเทศสหรัฐอเมริกา : จบบทเรียนด้วยการให้การบ้านเป็นประจำ

ประเทศญี่ปุ่น : ครูสรุปประเด็นสำคัญๆ ของบทเรียน

ความแตกต่างของลักษณะการสอนในชั้นเรียนต่างๆ ที่นำเสนอนี้ ไม่ใช่ในระดับผิวเผิน แต่เป็นความแตกต่างในระดับวัฒนธรรม การเปรียบเทียบชั้นเรียนของหลายประเทศในลักษณะนี้เท่านั้นจึงจะทำให้สามารถมองเห็นความแตกต่างข้ามวัฒนธรรม (Cross-Cultural Differences) ได้

สติกลอร์และฮิเบอร์ท (Stigler & Hiebert, 1999) ได้ชี้ให้เห็นว่าการสอนเป็นวัฒนธรรมอย่างหนึ่ง ความแตกต่างของบริบทการสอนแบบต่างๆ ชี้ให้เห็นถึงจุดเน้นและสาระสำคัญของวัฒนธรรมในชั้นเรียนของแต่ละประเทศ เช่น ชั้นเรียนของประเทศสหรัฐอเมริกาคือเป็นชั้นเรียนที่เน้นการพัฒนาตามวิธีการที่ครูคิดว่าดีแล้ว ในขณะที่ชั้นเรียนของประเทศญี่ปุ่นและประเทศเยอรมนีเป็นชั้นเรียนที่เน้นการพัฒนาตามศักยภาพของตัวนักเรียนเอง เมื่อพิจารณาจากจุดเน้นในชั้นเรียนของประเทศสหรัฐอเมริกาที่แตกต่างจากของประเทศญี่ปุ่นและประเทศเยอรมนี สติกลอร์และฮิเบอร์ท (Stigler & Hiebert, 1999) มองว่าชั้นเรียนของประเทศสหรัฐอเมริกามีปัญหา แต่ปัญหาที่สำคัญและยากกว่านั้นก็คือจะเปลี่ยนแปลงจุดเน้นและวัฒนธรรมนี้ได้อย่างไร เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงวัฒนธรรมในชั้นเรียนไม่ใช่เรื่องที่ทำได้ง่ายๆ แน่แน่นอนว่าคนที่เกี่ยวข้องกับบริบทนี้มากที่สุดก็คือ ครู ดังนั้นการเปลี่ยนวัฒนธรรมดังกล่าวต้องอาศัยการพัฒนาโดยครูในเชิงวิชาชีพ ซึ่งนักการศึกษาของญี่ปุ่นมองการพัฒนาในแง่ที่ว่า 1) ต้องทำแบบค่อยเป็นค่อยไป 2) ต้องทำอย่างต่อเนื่อง และ 3) ต้องเน้นเรื่องการเปลี่ยนแปลงชั้นเรียนเป็น

สำคัญ ซึ่งองค์ประกอบทั้งสามนี้เป็นหัวใจของวิธีการพัฒนาวิชาชีพครูในญี่ปุ่นที่เรียกว่า การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) การศึกษาชั้นเรียนในประเทศญี่ปุ่นได้พัฒนามานานมากกว่า 100 ปีมาแล้วโดยมีโรงเรียนสาธิตแห่งวิทยาลัยวิชาการศึกษาโตเกียวเป็นสถาบันเริ่มต้นพัฒนาวิธีการดังกล่าวและต่อมาได้เผยแพร่ไปทั่วประเทศญี่ปุ่น

2. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

2.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

- 1) มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้
- 2) มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับ และอนุกรม และนำไปใช้
- 3) มาตรฐาน ค 1.3 ใช้พจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

- 1) มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้
- 2) มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

- 1) มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา
- 2) มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2.2 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ได้แก่ความสามารถต่อไปนี้

- 1) การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสะดวกของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2) การสื่อสาร และการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูปภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน

3) การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื้อหาต่างๆ หรือศาสตร์อื่นๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

4) การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผล สนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

5) การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง พัฒนาองค์ความรู้

3. การศึกษาชั้นเรียน

การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) คือ ระบบการพัฒนาวิชาชีพครูที่ใช้โรงเรียนเป็นฐานของการพัฒนาซึ่งครูญี่ปุ่นจะต้องได้รับการพัฒนาตั้งแต่เริ่มต้นวิชาชีพครู ลักษณะที่สำคัญของระบบดังกล่าวคือ กลุ่มครูญี่ปุ่นจะพบกันเป็นระยะๆ เพื่อร่วมกันพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ สร้างสรรค์นวัตกรรมการสอน การทดลองใช้แผนดังกล่าวในห้องเรียนจริง และการปรับปรุงแผนร่วมกัน แนวคิดพื้นฐานของระบบดังกล่าวคือ วิธีการที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการปรับปรุงและพัฒนาการสอนในห้องเรียนคือการพัฒนาและปรับปรุงบทเรียน (Lesson) ในบริบทของห้องเรียนจริง สิ่งที่ทำหาคือ 1) การกำหนดการเปลี่ยนแปลงที่ต้องการให้เกิดขึ้นเพื่อการพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนในห้องเรียน และ 2) การแลกเปลี่ยนความรู้และปัญหาในห้องเรียนร่วมกับครูคนอื่นและการให้กลุ่มครูรับรู้เป้าหมายของการสอนร่วมกัน

ขั้นตอนของระบบการพัฒนาวิชาชีพครูแบบ การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study)

ในประเทศญี่ปุ่นการนำระบบการพัฒนาวิชาชีพครูแบบ การศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ไปใช้มีความแตกต่างและหลากหลายขึ้นอยู่กับการนำไปใช้ของแต่ละโรงเรียน แต่โดยทั่วไปมีขั้นตอนร่วมกันดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการกำหนดปัญหา (Defining the Problem) การศึกษาชั้นเรียนเป็นระบบที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา การกำหนดปัญหามุ่งนำไปสู่การตั้งใจและการกำหนดกรอบในการทำงานของกลุ่มครู ปัญหาอาจเริ่มด้วยปัญหาในลักษณะกว้างหรือทั่วไป (จะทำให้ให้นักเรียนสนใจคณิตศาสตร์ได้อย่างไร) หรือเป็นประเด็นเฉพาะเจาะจง (จะพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนในการบวกเศษส่วนที่ส่วนไม่เท่ากันอย่างไร) ปกติปัญหาที่กลุ่มครูเลือกมักจะเป็นปัญหาที่มาจาก ประสบการณ์การสอนใน

ห้องเรียนที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน หรืออาจเป็นปัญหาเชิงนโยบายจากหน่วยเหนือหรือระดับชาติ

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนบทเรียน (Planning the Lesson) เมื่อเป้าหมายการเรียนรู้ถูกกำหนดหรือเลือกโดยกลุ่มครู กลุ่มครูจะเริ่มประชุม ปรึกษาหารือเพื่อวางแผนบทเรียน เป้าหมายของการวางแผนบทเรียนไม่เพียงแต่เพื่อให้ได้บทเรียนที่มีประสิทธิภาพแต่เพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจในระหว่างผู้เรียน แผนในระยะแรกที่กลุ่มครูสร้างขึ้นจะถูกนำเสนอต่อที่ประชุมครูในระดับโรงเรียนเพื่อรับการสะท้อนและได้ข้อมูลย้อนกลับที่กว้างขวางและหลากหลายเพื่อประโยชน์ในการพัฒนาต่อไป ระดับการวางแผนในระยะเริ่มต้นอาจใช้เวลาเป็นเดือนหรือหลายเดือนก่อนที่จะนำไปสู่การใช้จริงในห้องเรียนต่อไป

ขั้นที่ 3 ขั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้จริงในห้องเรียน (Teaching the Lesson) เป็นขั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้วางแผนร่วมกันไปใช้สอนในห้องเรียนจริงซึ่งวัน เวลา และผู้สอนจะถูกกำหนดขึ้น โดยเฉพาะครูผู้ทำการสอนจะต้องเป็นผู้ซึ่งมีส่วนร่วมในการวางแผนบทเรียนในทุกขั้นตอน ในขณะที่เริ่มสอนบทเรียน สมาชิกที่เหลือในกลุ่มจะเป็นผู้สังเกตการสอนในห้องเรียนและบันทึก ข้อมูล และข้อสังเกตต่างๆ อย่างละเอียดเพื่อเป็นข้อมูลในการนำมาสะท้อนผลบทเรียนในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลบทเรียนและสะท้อนผลของบทเรียน (Evaluating the Lesson and Reflecting on its Effect) หลังจากการสอนสิ้นสุดลงกลุ่มครูจะประเมินและสะท้อนผลบทเรียน โดยปกติครูที่ทำการสอนจะเป็นผู้แสดงความคิดเห็นหรือสะท้อนผลการสอนของตนเองเป็นคนแรกโดยเน้นที่การจัดกิจกรรม ประสบผลสำเร็จมากน้อยเพียงใดและมีปัญหาอุปสรรคอะไรบ้างที่ไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์ตามแผนได้ จากนั้นจะเป็นการสะท้อนผลจากสมาชิกในกลุ่ม การสะท้อนผลจะมุ่งไปที่ตัวบทเรียนที่ได้วางแผนร่วมกันและไม่สะท้อนผลไปที่ตัวครูผู้นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปสู่การปฏิบัติในห้องเรียน สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะรับผิดชอบร่วมกันในผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นของแผนการจัดการเรียนรู้ กล่าวคือการวิพากษ์วิจารณ์ที่เกิดขึ้นเป็นการวิพากษ์วิจารณ์ผลงานของตนเองเพื่อนำไปสู่การ ปรับปรุงให้ดีขึ้นหรือมีประสิทธิภาพมากขึ้นกว่าเดิม

ขั้นที่ 5 ขั้นปรับปรุงบทเรียน (Revising the Lesson) เป็นขั้นปรับปรุงบทเรียนของกลุ่มครู การปรับปรุงบทเรียนจะอยู่บนข้อมูลที่ได้จากการสังเกตและการสะท้อนผลบทเรียน ซึ่งอาจเกี่ยวข้องกับการปรับสื่อการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน ปัญหาที่เสนอในบทเรียน คำถามที่ถามในแต่ละขั้นตอนหรืออื่นๆ มีบ่อยครั้งที่การปรับปรุงบทเรียนเกิดจากความเข้าใจผิดของนักเรียนซึ่งได้หลักฐานในขณะที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 6 ขั้นสอนบทเรียนที่ได้รับการปรับปรุงแล้ว (Teaching the Revised Lesson) หลังจากปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว แผนการเรียนรู้อาจจะถูกนำไปสอนในห้องเรียนใหม่อีกครั้งซึ่งอาจจะให้ครูคนเดิมหรืออาจเปลี่ยนครูผู้สอนก็ได้ที่เป็นสมาชิกในกลุ่ม แต่การสอนในครั้งนี้ครูทั้งหมดในโรงเรียนจะถูกเชิญให้มาร่วมสังเกตการสอน

ขั้นที่ 7 ขั้นประเมินผลและสะท้อนผลโดยรวม (Evaluating and Reflecting) การประเมินและสะท้อนผลในครั้งนี้สมาชิกจะเป็นครูทั้งหมดในโรงเรียน และอาจมีผู้เชี่ยวชาญจากภายนอกมาร่วมสะท้อนผลด้วย เช่นเดียวกับครั้งแรกครูผู้ทำการสอนจะได้รับโอกาสในการสะท้อนผลการสอนของตนเองเป็นคนแรก การสะท้อนผลบทเรียนจะเน้นที่บทเรียนมีผลต่อการทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจบทเรียน และขณะเดียวกันยังเปิดโอกาสให้มีการสะท้อนผลในประเด็นปัญหาทั่วไปอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับการออกแบบบทเรียนทั้งในด้านทฤษฎี หลักการที่รองรับการออกแบบบทเรียนดังกล่าว รวมไปถึงการได้เรียนรู้อะไรในด้านการเรียนการสอนโดยทั่วไป จากการวางแผนบทเรียนและการนำ บทเรียนไปสู่การปฏิบัติจริงในห้องเรียน

ขั้นที่ 8 ขั้นแลกเปลี่ยนผลของการศึกษา (Sharing the Results) แม้การศึกษาจะเป็นการศึกษาเฉพาะกรณีเพียงบทเรียนเดียว แต่เนื่องจากหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานของประเทศญี่ปุ่นจะมีลักษณะที่คล้ายกันทั่วประเทศ ข้อค้นพบหรือผลการศึกษาก็จะเป็นประโยชน์สำหรับครูทั้งประเทศที่สอนในรายวิชาและระดับเดียวกัน ดังนั้นจึงมีการสนับสนุนให้มีการเผยแพร่ผลการศึกษาทั้งด้านการเขียนเป็นเอกสารเผยแพร่หรือนำเสนอต่อที่ประชุมสัมมนาระดับประเทศหรือระดับจังหวัดซึ่งมีเป็นประจำทุกปี

สตีกเลอร์ และซีเบิร์ต (1999) ได้กล่าวถึงระบบการพัฒนาวิชาชีพครูแบบการศึกษาชั้นเรียน (Lesson Study) ของประเทศญี่ปุ่นที่ประสบผลสำเร็จและเปลี่ยนพฤติกรรมการสอนของครูในห้องเรียนตามเป้าหมายการปฏิรูปการศึกษาของประเทศญี่ปุ่นเป็นอย่างมากไว้ดังนี้

- 1) เป็นรูปแบบที่อยู่บนพื้นฐานการพัฒนาที่ต่อเนื่อง
- 2) เป็นรูปแบบที่คงไว้และรักษาเป้าหมายเพื่อการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นหลัก
- 3) เป็นรูปแบบที่เน้นการพัฒนาการสอนในบริบทของห้องเรียนที่ทำการสอนอยู่เป็นหลัก
- 4) เป็นรูปแบบที่เน้นกระบวนการเรียนรู้ร่วมกันของกลุ่มครู
- 5) ครูผู้เข้าร่วมในโครงการพัฒนาแบบการศึกษาชั้นเรียนมองบทบาทตัวเองว่าเป็นผู้ที่มีส่วนสนับสนุนการพัฒนาองค์ความรู้ด้านการสอนและขณะเดียวกันก็ได้พัฒนาวิชาชีพด้านการสอนของตนเอง

จากลักษณะเด่นของการศึกษาชั้นเรียนที่ประกอบด้วยการพัฒนาแบบค่อยเป็นค่อยไป การพัฒนาอย่างต่อเนื่อง และเน้นการเปลี่ยนแปลงชั้นเรียนเป็นสำคัญ จำเป็นต้องอาศัยนวัตกรรม บางอย่างที่จะเปลี่ยนแปลงชั้นเรียนได้ โดยบูรณาการเข้ากับแนวคิดเรื่องการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง ซึ่งเป็นแนวคิดของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นวิธีการแบบเปิด (Open-Approach Method) ดังนั้นการพัฒนาวิชาชีพครูแนวใหม่เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์นั้นจำเป็นต้องอาศัย แนวคิดเรื่องการปรับปรุงและพัฒนาการสอนแบบการศึกษาชั้นเรียน ซึ่งเป็นการพัฒนารูปแบบของการทำงานร่วมกันระหว่างครูบูรณาการเข้ากับรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นวิธีการแบบเปิดที่เป็นการพัฒนาวิชาชีพครูในระดับห้องเรียน

ศูนย์วิจัยคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยขอนแก่น ได้นำการศึกษาชั้นเรียนมาใช้เป็นแนวทางหลักในการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ของไทย ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน (ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และคณะ, 2550) คือ

ขั้นที่ 1 การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน ระหว่างนักวิจัย ผู้ช่วยนักวิจัย และครูที่เข้าร่วมในการวิจัย โดยเริ่มต้นจากการกำหนดกิจกรรมปัญหาคณิตศาสตร์ที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิด (Open-ended Problems) จากนั้นดำเนินการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด (Open Approach)

ขั้นที่ 2 การสังเกตการสอนร่วมกัน ในขั้นตอนนี้จะนำแผนการสอนไปใช้จริงในชั้นเรียนโดยครูในโรงเรียนและมีการสังเกตการสอนในชั้นเรียนโดยทีมนักวิจัย ผู้ช่วยนักวิจัยและครูคนอื่นๆ เป้าหมายของการสังเกต คือ การสังเกตกระบวนการคิดของนักเรียน ไม่ใช่การพิจารณาความสามารถในการสอนของครู

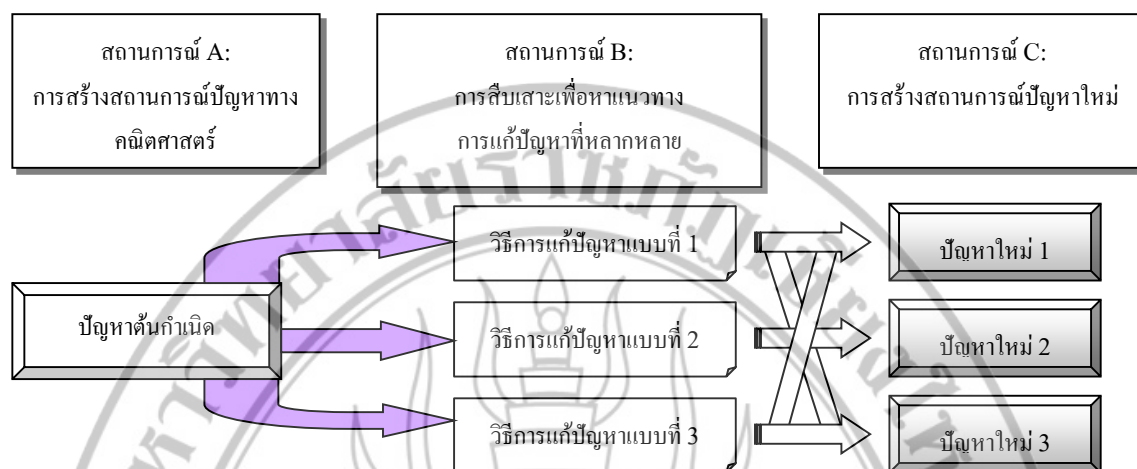
ขั้นที่ 3 การสะท้อนผลบทเรียนร่วมกัน เกี่ยวกับผลที่ได้จากการสังเกตการสอนเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงแผนการสอน แล้วนำแผนการสอนที่ปรับปรุงแล้วไปใช้ในห้องเรียนใหม่อีกครั้ง

4. วิธีการแบบเปิด

โนดะ (Nohda, 2000) ได้พัฒนาแนวทางการสอนคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่นที่เรียกว่าวิธีการแบบเปิด (Open Approach) ซึ่งมีผลต่อการพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์ของครูญี่ปุ่นและพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาเป็นสื่อในการพัฒนาความรู้ความเข้าใจและทักษะการคิดของผู้เรียน เป้าหมายของการสอนแบบวิธีการแบบเปิดคือมุ่งให้ผู้เรียนทุกคนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยพลังและความสามารถของแต่ละบุคคล โดยมุ่งให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาหรือสร้างและพัฒนาผลงานทางคณิตศาสตร์ และกระบวนการเรียนของตนเองอย่างมีคุณภาพ ครูผู้สอนที่ใช้รูปแบบการสอนดังกล่าวนี้จำเป็นต้องพยายามทำความเข้าใจแนวคิดของนักเรียนให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้เพื่อเป็นแนวทางให้ครูได้กระตุ้นและสนับสนุนการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้เขาพัฒนาการเรียนรู้ของเขาเองได้เต็มตามศักยภาพ วิธีการแบบเปิด ยึดหลักการ 3 ประการดังนี้

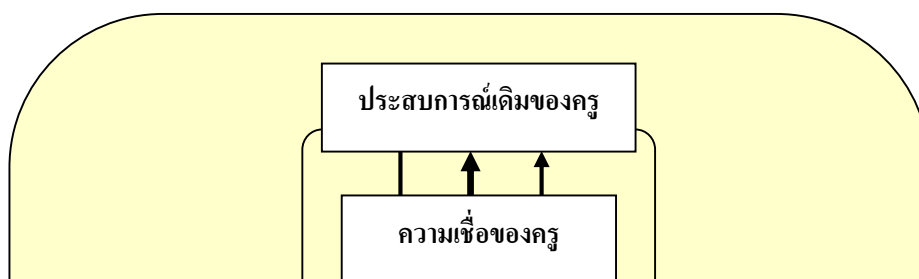
- 1) กิจกรรมการเรียนการสอนต้องตอบสนองต่อการเรียนรู้ด้วยตนเองอย่างอิสระของผู้เรียน
- 2) เป็นไปตามหรือสอดคล้องกับธรรมชาติของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความรู้ที่เป็นระบบ เชิงหลักการ และทฤษฎี
- 3) ขึ้นอยู่กับความสะดวกหรือเป็นอำนาจในการตัดสินใจของครูผู้สอน

การจัดการสอนตามรูปแบบวิธีการแบบเปิดประกอบด้วยสถานการณ์การสอน 3 สถานการณ์ ประกอบด้วย สถานการณ์ A: การสร้างสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สถานการณ์ B: การสืบเสาะเพื่อหาแนวทางแก้ปัญหาที่หลากหลาย สถานการณ์ C: การสร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่ ดังรายละเอียดในภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 แสดงสถานการณ์แนวทางการสอนที่ใช้วิธีการแบบเปิด

แนวทางการสอนที่เน้นการใช้วิธีการแบบเปิด มุ่งเตรียมผู้เรียนด้วยสถานการณ์ปัญหาที่มีลักษณะปัญหาแบบเปิดที่มีความเป็นไปได้อย่างหลากหลายที่จะสนองความต้องการ ความสนใจ หรือความสามารถในการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันของแต่ละคน และขณะเดียวกันเป็นปัญหาที่สนับสนุนและกระตุ้นกระบวนการคิดวิเคราะห์และสืบเสาะหาแนวทางการแก้ปัญหาและสามารถสร้างปัญหาใหม่จากปัญหาดังกล่าว ด้วยประสบการณ์ในการแก้ปัญหาดังกล่าวผู้เรียนถูกคาดหวังให้เรียนรู้ไม่เพียงแต่ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ แต่ที่สำคัญคือได้ เรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์อันได้แก่วิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ ความเชื่อ และความตระหนักในการคิดเกี่ยวกับวิธีการเรียนรู้ของตนเอง องค์ประกอบของบริบทของการสอนการแก้ปัญหาแสดงรายละเอียดได้ในภาพที่ 2.2





ภาพที่ 2.2 แสดงลักษณะสำคัญที่เกิดขึ้นในห้องเรียนที่ใช้แนวทางการสอนโดยวิธีการแบบเปิด

โนตะ (2000) ได้กล่าวถึงลักษณะความเปิดของปัญหาซึ่งนำมาสู่ความสมบูรณ์ของปัญหาดังนี้ ปัญหาที่ใช้ในรูปแบบของวิธีการแบบเปิดเป็นประเภท Non-routine Problem ซึ่งมีลักษณะของความเปิด ดังนี้ 1) ความเปิดในด้านความหลากหลายในกระบวนการแก้ปัญหา 2) ความเปิดในด้านผลลัพธ์ของปัญหา กล่าวคือเป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบ และ 3) ความเปิดในด้านการสร้างปัญหาใหม่ได้หลากหลายจากปัญหาดังกล่าว

นอกจากการศึกษารายละเอียดจะเน้นการพัฒนาอย่างค่อยเป็นค่อยไปและเป็นไปอย่างต่อเนื่องแล้ว ยังมองว่าการเปลี่ยนแปลงการสอนต้องพยายามหาแนวทางเปลี่ยนแปลงชั้นเรียนให้ได้ ซึ่งการเปลี่ยนแปลงในแง่นี้ต้องอาศัยการบูรณาการเข้ากับรูปแบบการสอนที่เน้นวิธีการแบบเปิดดังที่ได้กล่าวไปแล้ว จะเห็นได้ว่าการที่ครูพยายามที่จะทำการพัฒนาในรูปแบบดังกล่าวนั้น มองให้ดีจะเห็นว่าครู กำลังเปลี่ยนแปลงวัฒนธรรมในห้องเรียนในบริบทของตนเองอยู่ ซึ่งทั้งสองอย่างนี้เกิดขึ้นในกิจกรรมเดียวกันและเป็นกิจกรรมในวิชาชีพของครู จึงหวังได้ว่ากิจกรรมในแง่นี้จะเป็นการพัฒนาวิชาชีพครูแนวใหม่เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายและพลังทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Power) สำหรับนักเรียนต่อไป

จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดคือ เพื่อสนับสนุนกิจกรรมเชิงสร้างสรรค์และการคิดแบบคณิตศาสตร์ของนักเรียนไปพร้อมๆ กันในระหว่างการแก้ปัญหา อาจจะกล่าวได้อีกอย่างหนึ่งว่าทั้งการทำกิจกรรมและการคิดแบบคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะต้องได้รับการพัฒนาอย่างเต็มที่ ดังนั้นในการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด นักเรียนแต่ละคนจะมีอิสระในการทำกิจกรรมรวมทั้งมีอิสระในการคิดเพื่อความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของตนเอง โดยความก้าวหน้าในการแก้ปัญหานั้นขึ้นอยู่กับความสามารถ ความสนใจและอารมณ์ของนักเรียนแต่ละคน

วิธีการแบบเปิดช่วยให้นักเรียนพัฒนาตนเองในด้านคุณลักษณะของความเป็นมนุษย์ (หรือลักษณะเชิงมนุษยนิยม) และสติปัญญาทางด้านคณิตศาสตร์ ในระหว่างการทำกิจกรรมในชั้นเรียนที่มีแนวคิดทางคณิตศาสตร์หลากหลาย มีการตั้งสมมติฐานว่าในระหว่างการทำกิจกรรมเดียวกัน นักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าจะมีส่วนร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าก็จะยังคงสนุกกับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามความสามารถ ความสนใจและอารมณ์ของตนเอง

ในการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด นักเรียนสามารถแสดงออกถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ นอกจากนั้นยังเปิดโอกาสให้นักเรียนค้นคว้าอย่างมียุทธวิธีด้วยวิธีการซึ่งเขารู้สึกมั่นใจ และยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถขยายความการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น ผลที่เกิดขึ้นก็คือ นักเรียนจะมีการพัฒนาการคิดแบบคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น และในขณะเดียวกันยังสนับสนุนกิจกรรมเชิงสร้างสรรค์ของนักเรียนแต่ละคนในการเรียนการสอน

ที่กล่าวมานี้เป็นแนวคิดของแนวทางการสอนโดยใช้วิธีการแบบเปิด ซึ่งนิยามในรูปที่เป็นการเรียนการสอนที่เน้นกิจกรรมเชิงปฏิสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับนักเรียน ซึ่งสามารถส่งเสริมให้เกิดแนวทางการแก้ปัญหามากมาย

กล่าวโดยสรุป ความหมายของกิจกรรมคณิตศาสตร์และกิจกรรมของนักเรียนที่เป็นแบบเปิดสามารถอธิบายได้จาก 3 แง่มุมดังนี้

- 1) กิจกรรมของนักเรียนเปิด
- 2) กิจกรรมคณิตศาสตร์เปิด
- 3) กิจกรรมของนักเรียนและกิจกรรมทางคณิตศาสตร์เปิด

จากที่กล่าวมานี้จะเห็นว่า วิธีการแบบเปิดนอกจากจะมีประโยชน์ต่อการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการพัฒนาระบวนการคิดของนักเรียนแล้ว ยังสนับสนุนแนวคิดในการประเมินความสามารถทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนตามสภาพจริง (Performance Assessment) ซึ่งเป็นแนวคิดใหม่เกี่ยวกับการประเมินศักยภาพของผู้เรียนที่สอดคล้องกับพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542

5. แนวคิดของนักเรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ควรเน้นอยู่ 5 กระบวนการ คือ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารและการนำเสนอ การเชื่อมโยง และการคิดสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) ซึ่ง 4 กระบวนการแรกเป็นแนวคิดที่คล้ายคลึงกับมาตรฐานด้านกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดขึ้นโดยสมาคมครูคณิตศาสตร์ของอเมริกา (NCTM, 2000) ซึ่งสมาคมคณิตศาสตร์ของอเมริกา ได้กำหนดกระบวนการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้เป็นมาตรฐานในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์อีกด้านหนึ่ง จากมาตรฐานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 10 มาตรฐาน ซึ่งประกอบด้วยมาตรฐานด้านเนื้อหาและด้านกระบวนการด้านละ 5 มาตรฐาน ซึ่งมาตรฐานทางด้านกระบวนการนำเสนอ มีดังต่อไปนี้

การนำเสนอ (Representation) วัตถุประสงค์ในการจัดการเรียนการสอนสำหรับนักเรียนตั้งแต่ชั้นอนุบาลถึงเกรด 12 คือ ต้องการให้ผู้เรียนสามารถ 1) สร้างและใช้การนำเสนอในการจำแนก บันทึกลง และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ 2) เลือก ประยุกต์ใช้และแปลงรูประหว่างการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ต่างๆเพื่อการแก้ปัญหา 3) ใช้การนำเสนอในการจำลองและแปลผลระหว่างปรากฏการณ์เชิงกายภาพ เชิงสังคมและเชิงคณิตศาสตร์ การนำเสนอเป็นสิ่งจำเป็นที่จะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอทำให้นักเรียนได้สื่อความหมาย ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เข้าใจตนเองและบุคคลอื่น ทำให้นักเรียนได้ระลึกความเชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอดต่างๆของคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กันได้ และประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างแท้จริง ตัวอย่างเช่น การที่จะมีความรู้เศษส่วนอย่างลึกซึ้งได้นั้น นักเรียนจำเป็นต้องนำเสนอออกมาได้ในหลายรูปแบบที่สนับสนุนความเข้าใจของตนเอง เข้าใจการแปลงจากเศษส่วนให้อยู่ในรูปแบบอื่นๆ เช่น อัตราส่วน การใช้เครื่องหมายหารหรือเศษส่วนของจำนวนเต็ม เข้าใจถึงการนำเสนอเศษส่วนในรูปแบบปกติเช่น จุดบนเส้นจำนวน

Lesh (1979 อ้างถึงใน Cramer & Karawski, 1995) กล่าวถึงกระบวนการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 วิธีการดังนี้

- 1) การใช้อุปกรณ์ (Manipulatives) เป็นการสะท้อนความเข้าใจและความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยผ่านวัตถุเชิงกายภาพ (Physical materials)
- 2) รูปภาพ (Pictures) เป็นการนำรูปภาพมาช่วยในการสะท้อนแนวคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การนำเสนอด้วยรูปภาพช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์
- 3) สัญลักษณ์โดยการเขียน (Written symbols) เป็นการสื่อสะท้อนแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ โดยผ่านการเขียนสัญลักษณ์บางอย่าง
- 4) สัญลักษณ์โดยการออกเสียง (Verbal symbols) การสื่อความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์โดยใช้การพูด การฟังหรือการอ่านเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

5) บริบทในชีวิตจริง (Real-life context) เป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวอยู่ในบริบทที่คุ้นเคย ซึ่งจะก่อให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการของนักเรียน

6. แผนการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้เพื่อใช้สำหรับวิธีการสอนแบบเปิด โดยเน้นการบูรณาการสาระการเรียนรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามที่คาดหวังไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 นั้น จะเริ่มต้นจากการพัฒนาส่วนที่เป็นกิจกรรมการเรียนรู้การสอน โดยพยายามสร้างสถานการณ์ปัญหาปลายเปิดในรูปของคำสั่ง โดยคำสั่งดังกล่าวมุ่งเน้นให้นักเรียนพยายามทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาคำสั่งด้วยตัวนักเรียนเองไม่ว่าจะเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มตามลักษณะของการจัดกิจกรรม สิ่งที่ดีกว่ายากที่สุดของการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบนี้อยู่ที่การเขียนคำสั่งเพราะเป็นจุดเริ่มต้นที่ทำให้บทบาทของครูในการจัดการเรียนการสอนเปลี่ยนไป เพราะเดิมครูอาศัยความเชี่ยวชาญของตนเองเมื่อพบว่านักเรียนมีปัญหาอุปสรรคอะไรก็ใช้การบอก อธิบายหรือชี้แนะตามที่ครูคิดว่าเป็นสิ่งที่นักเรียนจะผ่านพ้นอุปสรรคไปได้ แต่ในกรณีของการเขียนคำสั่งครูต้องมีการตระเตรียมว่า ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนการดำเนินการ (Procedure) หรือปฏิบัติการ (Operation) อย่างไรที่ครูคิดว่าเป็นสาระ (Contents) ที่สำคัญที่ต้องการให้เกิดขึ้นในชั้นเรียนที่กำหนดนั้นจะต้องเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นเองจากการสื่อสารและปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนและครูในขณะที่นักเรียนทำกิจกรรมตามคำสั่งที่เขียนไว้ในแผนการจัดการเรียนรู้ (Inprasitha, 2004)